

# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES

### DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 AVRIL 1877.

PRÉSIDENTIE DE M. PELIGOT.

#### MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Triangles isopérimètres ayant un côté de longueur constante, et satisfaisant à trois autres conditions; par M. CHASLES.*

« Les deux théorèmes XI et XIV de ma Communication précédente ne diffèrent pas des théorèmes IX et VII. On leur substituera les deux suivants :

» XI. *Les triangles  $a_1ax$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , leurs côtés  $a_1a$ ,  $a_1x$  tangents à deux courbes  $U^{n'}$ ,  $U^{n''}$ , et leur côté  $a_1x$  de longueur constante ( $a_1x = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre  $8mn'n''$ .*

$$\begin{array}{ccc|c} x, & 4mn'2 & u & 12mn'. \\ u, & 2n'm2 & x & \end{array}$$

» Il y a  $4mn'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini. Donc, etc.

» XIV. *Les triangles  $a_1ax$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , leurs côtés  $a_1a$ ,  $a_1x$  tangents à deux courbes  $U^{n'}$ ,  $U^{n''}$ , et leur côté  $ax$  de longueur constante ( $ax = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est une courbe de l'ordre  $8mn'n''$ .*

$$\begin{array}{ccc|c} \theta', & 8mn'n'' [V] & \theta'_1 & 12mn'n''. \\ \theta'_1, & 2mn'2n'' & \theta' & \end{array}$$

» Il y a  $4mn'n''$  solutions étrangères, car on reconnaît que, si  $U^{n''}$  est un point  $O$ , la courbe lieu des points  $x$  n'a que  $8mn'$  points sur une droite passant par le point  $O$ , et non  $12mn'$ . Dès lors il reste  $8mn'n''$  solutions, qui expriment l'ordre de la courbe.

§ II. — LES TRIANGLES ONT UN SOMMET  $\theta$  SUR UNE COURBE  $U^{n'}$  ET UN DES CÔTÉS DE CE SOMMET TANGENT À LA COURBE EN CE POINT  $\theta$ .

» XXI. Les triangles  $x\theta a$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$  et leur côté  $\theta a$  de longueur constante ( $\theta a = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre  $4m(m' + n')$ .

$$\begin{array}{c} x, \quad n' 2m 2 \\ u \quad 4m(m' + n') [\xi] \end{array} \left| \begin{array}{c} u \\ x \end{array} \right| 4m' + 2n'.$$

» Il y a  $4mn'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

$$\begin{array}{c} a \quad 2m' 2m \\ \alpha \quad 2(m' + n') 2m [I'] \end{array} \left| \begin{array}{c} \alpha \\ a \end{array} \right| 4m(2m' + n').$$

» Il y a  $4m'm$  solutions étrangères dues aux points  $a$  situés à l'infini.

» XXII. Les triangles  $x\theta a$  ont leurs sommets  $\theta, a$  sur deux courbes  $U^{n'}, U_m$ , leur côté  $x\theta$  tangent à  $U^{n'}$  en son sommet  $\theta$ , et le côté  $xa$  de longueur constante ( $xa = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre  $4m(m' + n')$ .

$$\begin{array}{c} x, \quad n' 2m \\ u, \quad 2m 2(m' + n') [II'] \end{array} \left| \begin{array}{c} u \\ x \end{array} \right| 4m(m' + 2n').$$

» Il y a  $4mn'$  solutions étrangères dues au point  $x$  situé à l'infini. Donc, etc.

» XXIII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , et leur côté  $x\theta$  de longueur constante ( $x\theta = \lambda'$ ) : le lieu de leurs sommets  $x$  est d'ordre  $4m(m' + n')$ , étant formé d'une courbe d'ordre  $(2m' + 2n')$  multiple d'ordre  $2m$ .

» En effet, le lieu des points  $x$  pour lesquels  $\theta x = \lambda'$  est une courbe d'ordre  $(2m' + 2n')$ , et chaque côté  $\theta x$  donne lieu à  $2m$  points  $a$  sur  $U_m$ , pour lesquels  $\theta a + xa = \lambda - \lambda'$ ; de sorte que chaque point  $x$  satisfait  $2m$  fois aux conditions de la question.

» XXIV. Les triangles  $a\theta x$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , et leur côté  $a\theta$  de longueur constante ( $a\theta = \lambda'$ ) : le lieu de leurs sommets  $x$  est une courbe d'ordre  $4m(m' + n')$ , qui est l'ensemble de  $2(m' + n')$  coniques.



» En effet, il y a  $(2m' + 2n')$  tangentes  $\theta a$  de longueur  $\lambda'$ ; et chacune donne lieu à une conique, lieu des points  $x$  pour lesquels  $xa + x\theta = \lambda - \lambda'$ .

» XXV. Les triangles  $a\theta x$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , et leur côté  $\theta x$  de longueur constante ( $\theta x = \lambda'$ ) : le lieu de leurs sommets  $x$  est d'ordre  $4m(m' + n')$ .

$$\left. \begin{array}{l} x, \quad 2m'm_2 \\ u, \quad 2(m' + n')m_2 [I'] \end{array} \right\} \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \left| \begin{array}{l} 4m(2m' + n'). \end{array} \right.$$

» Il y a  $4mm'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

» XXVI. Les triangles  $a\theta x$  ont leur sommet  $a$  sur une courbe  $U_m$ , et leur côté  $ax$  de grandeur constante ( $ax = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre  $4m(m' + n')$ .

$$\left. \begin{array}{l} x, \quad 2(m' + n')m_2 \\ u, \quad 2mn'_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \left| \begin{array}{l} 4m(m' + 2n'). \end{array} \right.$$

» Il y a  $4mn'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini. Donc, etc.

» XXVII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $xa$  tangent à une courbe  $U''$  et de grandeur constante ( $xa = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre

$$2n''(2m' + 3n').$$

$$\left. \begin{array}{l} x, \quad n'6n'' [\gamma] \\ u, \quad 2.2(m' + n')n'' [II] \end{array} \right\} \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \left| \begin{array}{l} 2n''(2m' + 5n'). \end{array} \right.$$

» Il y a  $4n''n'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

$$\left. \begin{array}{l} \theta', \quad n'2n'' \\ \theta'_1, \quad 4(m' + n')n'' [XXVI] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \theta'_1 \\ \theta' \end{array} \left| \begin{array}{l} 2n''(2m' + 3n'). \end{array} \right.$$

» XXVIII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $xa$  tangent à une courbe  $U''$  et leur côté  $\theta a$  de longueur constante ( $\theta a = \lambda'$ ) : le lieu de leurs sommets  $x$  est d'ordre  $2(m' + 3n')$ .

$$\left. \begin{array}{l} \theta', \quad n'2n'' \\ \theta'_1, \quad 4(m' + n')n'' [XXV] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \theta'_1 \\ \theta' \end{array} \left| \begin{array}{l} 2(2m' + 3n'). \end{array} \right.$$

» XXIX. Les triangles  $x\theta a$ , ont leur côté  $xa$ , tangent à une courbe  $U''$  et leur côté  $\theta x$  de longueur constante ( $x\theta = \lambda'$ ) : le lieu de leurs sommets  $x$  est une courbe d'ordre  $(2m' + 2n')$  multiple d'ordre  $2n''$ , conséquemment une courbe d'ordre  $4n''(m' + n')$ .

» Cela est évident, puisque chacune des  $(2m' + 2n')$  tangentes  $\theta x = \lambda'$  donne lieu à  $n''$  tangentes  $x\theta'$  sur chacune desquelles sont deux sommets  $a$ , satisfaisant à la question.

» XXX. Les triangles  $\omega\theta x$  ont leur côté  $\omega x$  tangent à une courbe  $U^{n''}$  et de longueur constante ( $\omega x = \lambda'$ ) : le lieu du sommet  $x$  est d'ordre  $2n''(4m' + 3n')$ .

$$\begin{array}{l} u, \quad n'' 2n' 2 \\ x, \quad 2n''(4m' + 3n') [\eta] \end{array} \quad \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \left| \begin{array}{l} 2n''(4m' + 5n'). \end{array} \right.$$

» Il y a  $4n'n''$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

$$\begin{array}{l} \theta', \quad 4(m' + n')n'' [\text{XXVI}] \\ \theta'_1, \quad 4(m' + n')n'' [\text{XXII}] \end{array} \quad \begin{array}{l} \theta'_1 \\ \theta' \end{array} \left| \begin{array}{l} 2(4m' + 4n')n''. \end{array} \right.$$

» Il y a  $2n'n''$  solutions étrangères dues au sommet  $\omega$  qui peut se trouver aux deux points circulaires de l'infini.

» XXXI. Les triangles  $\omega\theta x$  ont leur côté  $\omega x$  tangent à  $U^{n''}$  et leur côté  $\theta x$  de longueur constante ( $\theta x = \lambda'$ ) : le lieu du sommet  $x$  est d'ordre

$$4n''(2m' + n').$$

$$\begin{array}{l} \theta', \quad 4(m' + n')n'' [\text{XXV}] \\ \theta'_1, \quad 2m' 2n'' \end{array} \quad \begin{array}{l} \theta'_1 \\ \theta' \end{array} \left| \begin{array}{l} 4n''(2m' + n'). \end{array} \right.$$

» XXXII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $\theta a$  tangent à une courbe  $U^{n''}$ , et leur côté  $x\theta$  de longueur constante ( $x\theta = \lambda'$ ) : le lieu de leur sommet  $x$  est d'ordre  $4n''(m' + n')$ , étant une courbe d'ordre  $(2m' + 2n')$  multiple de l'ordre  $2n''$ .

» Cela se voit immédiatement.

» XXXIII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $\theta a$  tangent à  $U^{n''}$ , et leur côté  $\theta a$  de grandeur constante ( $\theta a = \lambda'$ ) : le lieu de leur sommet  $x$  est d'ordre  $2(3m' + 2n')n''$ .

$$\begin{array}{l} \theta, \theta x, \quad 2n''m' \\ \theta_1, \quad n''4(m' + n') [\text{XXVI}] \end{array} \quad \begin{array}{l} \theta_1 \\ \theta \end{array} \left| \begin{array}{l} 2(3m' + 2n')n''. \end{array} \right.$$

» XXXIV. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $\theta a$  tangent à une courbe  $U^{n''}$ , et leur côté  $ax$  de longueur constante ( $ax = \lambda'$ ) : le lieu de leur sommet  $x$  est d'ordre  $2n''(3m' + 2n')$ .

$$\begin{array}{l} x, \quad n'n'' 2.2 \\ u, \quad 2n''(3m' + 2n') [\theta] \end{array} \quad \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \left| \begin{array}{l} 2n''(3m' + 4n'). \end{array} \right.$$

» Il y a  $4n'n''$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

$$\begin{array}{l} \theta', \quad m' 2n'' \\ \theta'_1, \quad 4(m' + n')n'' [\text{XXII}] \end{array} \quad \begin{array}{l} \theta'_1 \\ \theta' \end{array} \left| \begin{array}{l} 2(3m' + 2n')n''. \end{array} \right.$$

» XXXV. Les triangles  $a_1\theta x$  ont leur côté  $\theta x$  tangent à une courbe  $U^{n''}$ , et



leur côté  $\theta a$ , de longueur constante ( $\theta a = \lambda'$ ) : le lieu de leur sommet  $x$  est d'ordre  $2n''(3m' + n')$ .

$$\begin{array}{l} \theta', \quad m' 2.2n'' \\ \theta', \quad 2(m' + n')n'' [t] \end{array} \quad \theta' \left| \begin{array}{l} \theta' \\ \theta' \end{array} \right| 2n''(3m' + n').$$

» XXXVI. Les triangles  $a, \theta x$  ont leur côté  $\theta x$  tangent à une courbe  $U'''$ , et leur côté  $a, x$  de longueur constante ( $a, x = \lambda'$ ) : le lieu de leur sommet  $x$  est d'ordre  $2n''(4m' + n')$ .

$$\begin{array}{l} x, \quad n''m' 2.2 \\ u, \quad 2n''(4m' + n') \end{array} \quad u \left| \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \right| 2n''(6m' + n').$$

» Il y a  $4n''m'$  solutions étrangères dues au point  $x$  de l'infini.

» XXXVII. Les triangles  $x\theta a$  ont leur côté  $\theta a$  tangent à une courbe  $U''$ , et ce côté  $\theta a$  de grandeur constante ( $\theta a = \lambda'$ ) : le lieu des sommets  $x$  est d'ordre  $2n''(3m' + 2n')$ .

$$\begin{array}{l} \theta', \quad m' 2n'' \\ \theta', \quad 4(m' + n')n'' [XXV] \end{array} \quad \theta' \left| \begin{array}{l} \theta' \\ \theta' \end{array} \right| 2n''(3m' + 2n'),$$

$$\begin{array}{l} \theta, \quad 6n''m' \\ \theta, \quad n''2(2m' + 2n') \end{array} \quad \theta \left| \begin{array}{l} \theta \\ \theta \end{array} \right| 2n''(5m' + 2n').$$

» Il y a  $4m'n''$  solutions étrangères dues aux points  $\theta$  de l'infini.

#### LEMMES.

» ζ. D'un point  $x$  on mène à une courbe  $U'$  une tangente  $x\theta$  suivie d'un segment  $\theta a = \lambda'$  terminé à une courbe  $U_m$ , et d'un segment  $aP$  terminé à un point fixe  $P$ ; ces trois lignes doivent faire une longueur constante ( $x\theta + \theta a + aP = \lambda$ ) : le lieu des points  $x$  est une courbe d'ordre  $4m(m' + n')$ .

$$\begin{array}{l} x, \quad n' 2m 2 \\ u \quad 4mm' (\alpha) \end{array} \quad u \left| \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \right| 4m(m' + n').$$

» η. Si d'un point  $x$  on mène à deux courbes  $U'$ ,  $U''$  deux tangentes  $x\theta$ ,  $x\theta'$ , dont la seconde rencontre une courbe  $U_m$  en un point  $a$  tel, que l'on ait  $xa = \lambda'$ , et  $x\theta + \theta P = \lambda - \lambda'$ ,  $P$  étant un point fixe :  $2n''m(4m' + 3n')$  points  $x$  satisfont à ces deux conditions.

» En effet, les points  $x$  qui satisfont à la première condition sont sur une courbe d'ordre  $4mn''$ , et les points  $x$  qui satisfont à la seconde condition sur une courbe d'ordre  $(2m' + 2n')$  : ces deux courbes ont donc  $(2m' + 2n')4mn''$  points communs; mais  $2mn'n''$  se trouvent aux deux points circulaires de l'infini, et font des solutions étrangères.

» θ. D'un point  $x$  on mène à une courbe  $U'$  une tangente  $x\theta$  suivie d'une tangente  $\theta\omega$  d'une courbe  $U''$ , sur laquelle on prend un segment  $\theta\omega = \lambda'$ ; le point  $x$  doit satisfaire à la relation  $x\theta + \theta\omega + \omega P = \lambda - \lambda'$ ,  $P$  étant un point fixe : le lieu des points  $x$  est d'ordre  $2n''(3m' + 2n')$ .

$$\begin{array}{l} x, \quad n''n' 2.2 \\ u \quad 6n''m' \end{array} \quad u \left| \begin{array}{l} u \\ x \end{array} \right| 2n''(3m' + 2n').$$

» 1. On prend sur la tangente de chaque point  $\theta$  d'une courbe  $U^{\alpha'}$  deux segments  $\theta x$  tels, que les distances des deux points  $\theta, x$  à un point fixe  $O$  fassent une longueur constante  $O\theta + Ox = \lambda$  : le lieu des points  $x$  est d'ordre  $2(m' + n')$ .

$$\begin{vmatrix} x, & n'2 & u \\ u, & 2m' & x \end{vmatrix} = 2(m' + n').$$

THERMODYNAMIQUE. — Sur un théorème relatif à la détente des vapeurs sans travail externe (suite). Note de M. **G.-A. HIRN** (1).

« Remarquons maintenant que  $d\nu$  n'est pas autre chose que l'accroissement élémentaire  $s dh$  du volume engendré par le piston de A, augmenté de l'accroissement élémentaire  $m dV_a$  que peut éprouver le volume de la vapeur elle-même en A.

» Si l'on suppose l'unité de poids d'un corps quelconque formé d'un volume atomique invariable  $\Psi$  et d'un volume interstitiaire interatomique seul variable  $\nu$ , il est clair que la variation du volume  $V$  de la vapeur en A dépend elle-même : 1° de la variation du volume spécifique de la vapeur multiplié par le poids présent ou  $m dV_a$ ; 2° et de la variation  $dm$  de la masse totale présente en A, masse élémentaire dont le volume est  $\Psi dm$ . Il vient donc

$$d\nu = s dh + m dV_a + \Psi dm = s dh + m dV_a + \Psi dm;$$

car  $d\nu$  est égal à  $\alpha V_a$ . On reconnaît que, par les mêmes raisons,

$$d\Upsilon = S dh - (M - m) dV_b - \Psi dm,$$

et il vient, par conséquent,

$$d\nu = \frac{s}{S} d\Upsilon = d\nu - \frac{s}{S} [S dh - (M - m) dV_b - \Psi dm]$$

$$= d\nu - s dh + \frac{s}{S} (M - m) dV_b + \frac{s}{S} \Psi dm.$$

En écrivant cette valeur dans l'équation (3), elle devient, toutes réductions faites,

$$E(U_b - U_a) = \left(1 + \frac{s}{S}\right) \Psi P_a;$$

mais de l'équation (1) on tire

$$U_b = \frac{MU_a - m U_a}{M - m},$$

(1) Voir *Comptes rendus*, séance du 26 mars 1877, p. 592.



d'où il résulte

$$E(U_b - U_a) = E \frac{M(U_b - U_a)}{M - m} = \left(1 + \frac{s}{S}\right) \Psi P_a.$$

» Si nous désignons par  $\Delta$  la densité initiale de la vapeur en A, par  $V_0$  le volume initial de A, par  $\delta$  et par  $V$  ce que sont à chaque instant la densité et le volume en A, il vient enfin

$$(4) \quad E \frac{V_0 \Delta (U_b - U_a)}{V_0 \Delta - V \delta} = \Psi \left(1 + \frac{s}{S}\right) P_a.$$

» On sait que, dans une vapeur saturée quelconque, la pression, la densité, le volume spécifique, la température, la chaleur totale interne ou l'énergie, sont liées intimement et fonctions les unes des autres, de telle façon que, si l'on connaît la valeur de l'une de ces variables, les valeurs de toutes les autres s'ensuivent.

» Si donc nous supposons A rempli au début d'une vapeur saturée (quelconque), nous pourrions, à l'aide de l'équation (4), déterminer, pour chaque valeur de  $V$ , c'est-à-dire pour chaque position des pistons de A et de B, les valeurs qu'ont en A la pression, la densité, etc. Je me hâte toutefois d'ajouter que, dans l'état actuel de nos connaissances sur la forme précise de la fonction

$$P = \varphi(U, \delta, V, t),$$

un essai d'application numérique de l'équation (4) serait absolument illusoire et conduirait aux plus grosses erreurs. Mais cette lacune temporaire, si regrettable qu'elle soit, ne diminue en rien l'importance de cette équation.

» En effet, si le lecteur a bien suivi la démonstration précédente, il aura certainement été frappé de ce fait, sur lequel j'insiste à dessein : c'est qu'il n'y entre absolument aucune hypothèse particulière et gratuite sur la constitution des vapeurs et sur les lois qui les régissent; la démonstration repose purement et simplement sur le principe de l'équivalence du travail externe et de l'énergie interne totale des corps. Le seul terme hypothétique, introduit à dessein, c'est  $\Psi$ , ou le *volume atomique*, considéré comme constant. Et la seule condition formelle, admise implicitement, c'est que la vapeur obéisse, jusque dans ses *subdivisions infinitésimales*, à une même loi d'expansion, absolument quelconque d'ailleurs. Mais le théorème lui-même nous fournit une épreuve directe et positive de la validité de l'hypothèse  $\Psi = \text{const.}$  (et j'ajoute *constante finie, de grandeur assignable*), et de la réalisation de la condition implicite. Si dans l'équation (4) nous po-



sons  $\Psi = 0$ , il vient simplement

$$U_a = U_0 = \text{const.},$$

ce qui nous apprend que, dans ce cas, l'énergie reste constante en A, et par conséquent aussi en B, pendant toute la course des pistons.

» Il résulte de là que  $P_a$  reste constant, ainsi que  $P_b$ , et que l'on a, pendant toute la course des pistons,

$$P_a = P_0, \quad P_b = P_0 \frac{s}{S}, \quad \vartheta = \Delta, \quad V_a = V_0 M;$$

d'où, par conséquent,

$$PV = (P_0 V_0) = \Omega.$$

» C'est le théorème dans sa forme primitive et tel que je l'avais présenté d'abord.

» Si, au contraire, on suppose que  $\Psi$  a une valeur finie, réelle et constante, si petite qu'on veuille d'ailleurs, on voit que l'équation

$$PV = P_0 V_0$$

ne peut plus être correcte, et que l'équation corrigée

$$(\Omega) \quad P(V - \Psi) = P_0 (V_0 - \Psi),$$

qui répond au changement réel de volume qu'éprouve la vapeur en passant de A en B, ne peut elle-même être qu'approximative.

» Si donc, par une voie tout à fait distincte de la démonstration de  $(\Omega)$ , nous parvenions à reconnaître que la loi  $PV = P_0 V_0$  est absolument rigoureuse, nous saurions d'une façon positive que  $\Psi = 0$ , et que l'atome matériel ne constitue pas une grandeur invariable finie.

» Si, au contraire, par cette même voie, nous reconnaissons que  $(\Omega)$  n'est qu'approximatif, nous saurons, tout aussi positivement, que l'on n'a jamais  $\Psi = 0$ , mais que le volume atomique est une réalité. Et de plus, d'après la forme et la nature de l'approximation, nous pourrions parvenir à reconnaître si les atomes sont sollicités, dans un corps donné, par une force unique qui suit la même loi de variation autour de chacun d'eux, ou si nous devons considérer chaque molécule comme constituant un corps distinct, très-petit, dans un corps fini et mesurable.

» C'est à ce dernier point de vue que conduit l'examen critique de l'ensemble des faits connus jusqu'ici, et c'est aussi à ce point de vue que je me suis placé dans mon dernier Ouvrage, auquel je dois maintenant renvoyer



pour ne pas tomber dans d'inutiles répétitions; je crois y avoir montré, avec tout le soin possible, ce que l'on peut considérer comme déjà démontré, mais aussi ce qui reste encore à faire pour que la Physique moléculaire devienne une science complètement libre d'hypothèses gratuites.

» J'ai dit, au début, que c'est une circonstance particulière qui a ramené mon attention sur le théorème

$$(PV = P_0 V_0) \quad \text{ou} \quad P(V - \Psi) = P_0(V_0 - \Psi) = \Omega.$$

» Il n'est, je crois, pas inutile de m'y arrêter un instant. Ce théorème, en effet, a été récemment (en 1876) soumis à une critique sévère, ou, pour parler plus correctement, à une prétendue réfutation radicale, par M. Weyrauch, professeur à l'École Polytechnique de Stuttgart (1) ».

M. R. OWEN, Associé étranger de l'Académie, adresse, par l'entremise de M. P. Gervais, l'Ouvrage relatif aux « Reptiles fossiles de l'Afrique australe », qu'il vient de publier.

## RAPPORTS.

NAVIGATION. — *Rapport sur un nouveau travail de M. Bertin, faisant suite à sa Note antérieure sur le roulis.*

(Commissaires : MM. Phillips, de Saint-Venant,  
Dupuy de Lôme rapporteur.)

« Le nouveau travail de M. Bertin se compose de la description d'un *oscillographe double*, exécuté et employé par cet ingénieur pour enregistrer à chaque instant les inclinaisons simultanées d'un navire dans le sens du roulis, ainsi que l'inclinaison de la partie de la vague qui porte ce navire. Le principe de cet instrument a été exposé pour la première fois par M. Bertin en 1869 et 1870, et il en a de nouveau proposé l'application dans sa Note sur

---

(1) *Neue Theorie der überhitzten Dämpfe, nebst weiteren Beiträgen zur Theorie der Dämpfe*, von Dr Jacob J. Weyrauch.

Ce travail a paru dans le *Zeitschrift des Vereines deutschen Ingenieure*. Une analyse détaillée, où figure explicitement la critique dont je parle, a été donnée par l'auteur dans la publication de MM. Königsberger et Zeuner, qui a pour titre : *Repertorium der litterarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik* (t. I, cahier 2, p. 140).



la résistance des carènes au roulis, Note insérée dans le *Recueil des Mémoires des savants étrangers*. Certaines dispositions de cet appareil sont dues à M. Fronde qui a construit en Angleterre un instrument de ce genre; celui qu'a exécuté M. Bertin est plus complet.

» Son nouveau travail contient en outre l'exposé des résultats d'observations obtenus avec l'appareil précité à bord d'un navire de l'État le *Crocodile*.

» Ces résultats sont, dans leur ensemble, conformes aux prévisions de la théorie; cependant ils ne peuvent être considérés que comme des *indications approximatives*, surtout en ce qui concerne l'inclinaison des vagues qui, même pour les plus grandes, n'est pas un angle constant dans toute l'étendue de la surface de flottaison d'un navire de grandeur ordinaire. L'instrument ne pourrait donc jamais donner, en tout cas, que l'inclinaison moyenne de cette surface de flottaison.

» Votre Commission tient en outre à signaler qu'il serait bien utile de pouvoir, par un moyen quelconque, obtenir une mesure de l'approximation que donne, pour cette inclinaison moyenne de la surface de la vague à la flottaison du navire, le petit pendule à mouvement très-rapide. Si rapide qu'il soit, il ne peut prendre *instantanément*, dans le sens mathématique du mot, la direction normale à l'inclinaison moyenne de cette flottaison.

» Quoi qu'il en soit, les résultats de ces observations faites par M. Bertin à l'aide de son oscillographe double n'en sont pas moins très-intéressants, ne fût-ce que par ce fait qu'ils donnent assez exactement les durées  $T$  et  $T_u$  des périodes des vagues et du roulis, et que ces durées sont très-difficiles à obtenir par l'observation sans le secours de cet instrument.

» En résumé, le nouveau travail de M. Bertin est un complément nécessaire de son travail antérieur sur la résistance des carènes dans le roulis, et il mérite d'être inséré dans le *Recueil des Mémoires des savants étrangers* qui contient déjà la Note primitive sur ce sujet. »

« M. l'amiral **PARIS**, à la suite de ces explications, rappelle qu'en 1867 son fils aîné a exposé deux instruments, dont l'un destiné à tracer les vagues. Ce dernier était basé sur l'inertie d'une tige de bois, longue et grêle, ténue, verticale et en grande partie immergée par un lest de plomb. Lorsque la longueur est proportionnée aux dénivellements, c'est-à-dire cinq ou six fois plus grande, l'immobilité est presque complète, comme on s'en est assuré en visant de terre, et cela parce que les déplacements d'eau



en plus et en moins ne sont pas assez considérables et surtout ne durent pas assez longtemps pour vaincre l'inertie de la tige : c'est la canne hydraulique renversée. Un point fixe était ainsi obtenu, et les vagues étaient tracées par un large flotteur percé, glissant le long de la tige et communiquant ses mouvements à un pinceau, qu'il faisait mouvoir de manière à tracer une courbe sur un papier entraîné par un mouvement d'horlogerie. Les instruments, construits par M. Salleron, fonctionnent très-bien. Celui dont il est question est aux ondulations des vagues ce qu'est le sphygmographe aux pulsations du pouls; il en montre les irrégularités, et les temps sont donnés par la vitesse du papier, tandis que les hauteurs correspondantes le sont par le rapport du mouvement du pinceau relativement à celui du flotteur. Une opération postérieure permettait de développer cette courbe pour donner la vraie forme des vagues. Le but de cet instrument était de compléter les observations sur le roulis en mesurant les vagues, c'est-à-dire la cause des mouvements, en même temps que leur effet sur le navire, c'est-à-dire le roulis. M. l'amiral Pâris croit cette mesure directe plus exacte que des déterminations des vagues de la mer effectuées dans un navire. Tant qu'on n'aura pas opéré simultanément de la sorte sur des navires très-différents, c'est-à-dire d'un côté sur un vaisseau ou une frégate, et de l'autre sur un petit aviso ou une canonnière, son instinct marin ne pourra s'empêcher de résister à l'admiration qu'il éprouve pour les travaux de M. Bertin, et il aura peine à croire que les mouvements de la mer puissent être aussi sûrement observés dans un navire que par une observation directe, basée sur un fait physique. On ne manque pas de navires de dimensions très-différentes; qu'ils sortent ensemble, qu'on trace leur roulis, et qu'en plaçant les courbes l'une sur l'autre on trouve le même tracé, la question sera résolue; et il faut observer qu'il est important qu'elle le soit, parce que les données expérimentales servent de base aux recherches, et qu'elles doivent être exactes pour remplir réellement ce but. »

Les conclusions du Rapport sur le travail de M. Bertin sont adoptées.

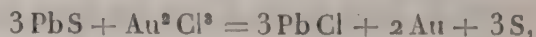
## MÉMOIRES LUS.

CHIMIE MINÉRALOGIQUE. — *Recherches expérimentales sur les sulfures naturels*; par M. STAN. MEUNIER. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Chevreul, Fremy, H. Debray.)

« De nombreuses expériences, dont l'Académie a les résultats sous les yeux, m'ont montré que les sulfures naturels, mis en présence de solutions métalliques convenablement choisies, déterminent la réduction, à l'état de liberté, du métal dissous. Par exemple, la galène, placée dans le chlorure aurique, se dore presque immédiatement; dans le nitrate d'argent, elle se recouvre bientôt de végétations métalliques très-élégantes, offrant la même disposition que les « Arbres de Diane »; le mercure est précipité dans les mêmes conditions.

» La réaction, étudiée avec attention, s'exprime, dans le premier cas, par



et dans le second par



» Tous les sulfures que j'ai examinés (pyrite, cuivre sulfuré, blende, cinabre, stibine, et même monosulfure de sodium, si fréquent dans les eaux minérales), donnent lieu à des précipitations analogues : le fait est, par conséquent, tout à fait général (¹). Les sulfures insolubles sont simplement placés en fragments dans la solution métallique. Pour le sulfure de sodium, il a fallu recourir à la disposition suivante : un gros tube de verre, de 15 à 20 millimètres de diamètre et de 1 mètre environ de longueur, est placé verticalement, rempli d'eau distillée et fermé aux deux bouts par des bouchons de liège. On ouvre dans une cuvette pleine d'eau l'extrémité inférieure, puis on introduit une certaine quantité de sulfure alcalin au-dessus du bouchon, que l'on replace immédiatement. Cela fait, on retire le bouchon supérieur et on le remplace par une pipette que l'on a fermée par

---

(¹) J'ajouterai que divers sélénures, antimoniures, arsénures et tellures donnent lieu à des réactions analogues; mes expériences sont commencées dans cette direction, et je me propose d'en entretenir prochainement l'Académie.



en haut, après l'avoir remplie de la solution étendue de nitrate d'argent, et dont l'extrémité effilée plonge dans l'eau du tube. Le sel d'argent se diffuse lentement dans la colonne liquide et arrive au contact du sulfure, on peut le dire, molécule à molécule. Après moins de vingt-quatre heures, on observe, sur la paroi interne du tube, au niveau de la zone atteinte par le sulfure dans sa très-lente diffusion ascensionnelle, une sorte d'anneau brillant, constitué par du sulfure d'argent et par beaucoup d'argent métallique; la quantité de celui-ci augmente peu à peu, par une sorte de végétation analogue à celle des dendrites naturelles. J'ai varié la disposition de cette expérience, qui a constamment réussi. On peut, avec le même succès, substituer au tube droit un tube en U renversé, plein d'eau distillée et dont une branche plonge dans la solution du sulfure alcalin, et l'autre dans la solution du sel d'argent. L'or et le cuivre ont été également réduits à l'état métallique.

» Il convient d'ajouter que les faits précédents paraissent susceptibles de conséquences géologiques, par exemple en ce qui concerne les *associations minéralogiques* si fréquentes dans les filons métallifères. Nous pensons que ces associations peuvent être éclairées, au moins dans certains cas, par les résultats de nos recherches.

» Supposons qu'un filon de galène reçoive des infiltrations d'eau de mer, toujours argentique, comme l'ont montré les analyses de MM. Malagutti et Durocher : tout l'argent de cette eau sera arrêté et concentré par le sulfure. On sait que l'argent natif existe dans un certain nombre de galènes, et l'on peut croire qu'il y a été introduit comme il vient d'être dit. De plus, il est évident que l'argent libre, étant extrêmement divisé, se trouve placé dans les conditions les plus favorables à la sulfuration. Dans les failles, les émanations sulfurées sont très-fréquentes, et c'est ainsi que nous pouvons concevoir la formation de la galène argentifère.

» Nous avons vu, par les équations précédentes, qu'en même temps que l'argent devient métallique, une quantité correspondante de soufre est mise en liberté. On le retrouve dans certaines galènes, dites *sursulfurées*, qui sont parfois si riches en soufre qu'elles peuvent brûler au contact d'une flamme. Le plus souvent, d'ailleurs, le soufre ne saurait persister longtemps à l'état isolé. Tantôt il est entraîné, à cause de son extrême division, puis brûle; tantôt il se combine à l'argent, par suite de son contact prolongé avec lui. Dans les expériences, on remarque souvent que les végétations argentiques se ternissent à la longue, dans le liquide où elles se sont produites, et leur perte d'éclat paraît due à un commencement de sulfuration.

» Des réactions analogues peuvent se produire dans les filons de pyrite et d'autres sulfures. L'or, amené à un état quelconque, s'y fixera et reproduira ainsi des associations minéralogiques, analogues à celles que l'on observe à la Gardette (Isère), en Transylvanie et ailleurs. L'argent, de même, s'y déposera pour s'y sulfurer ensuite, comme on le voit en Hongrie et au Pérou; M. Weddell a donné à la collection minéralogique du Muséum un échantillon de pyrite de fer, recouverte d'une *mince couche d'argyrose* et provenant de la province de Sicasica. Dans l'Altaï, on rencontre l'argent natif au contact de la blende, etc. Enfin il est impossible de ne pas signaler le rôle, probablement si grand, des eaux sulfurées sodiques dans la production de certains filons métallifères. Beaucoup de veines d'argent peuvent leur être dues, spécialement lorsque le métal est associé à son propre sulfure, comme cela s'est produit dans nos expériences et comme cela se voit naturellement, par exemple au Chili.

» Je ne terminerai pas cette Communication sans exprimer ma profonde reconnaissance à mon illustre maître, M. Fremy, pour les encouragements et les conseils qu'il m'a prodigués pendant le cours de ce travail. »

### MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **PERCIN** soumet au jugement de l'Académie deux Mémoires, relatifs à une « Méthode de séparation des racines d'une équation algébrique, et à quelques théorèmes servant à constater l'existence des racines imaginaires ».

(Commissaires : MM. O. Bonnet, Puiseux.)

M. **P. PORTAZ** adresse une Note relative à un projet de machine aérienne.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

M. **E. DELTHIL**, M. **E. LOULIER**, M. **DEZAIN**, M. **PISSARELLO**, M<sup>me</sup> **DE BOMPAR** adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. le **PRÉFET DE SAÔNE-ET-LOIRE** transmet à l'Académie une délibération prise par la Commission départementale du Phylloxera, à l'effet de solliciter une réduction sur le prix du sulfure de carbone qu'elle se propose d'employer au traitement des vignes de Mancey.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)



## CORRESPONDANCE.

M. le **DIRECTEUR DU MUSÉUM D'HISTOIRE NATURELLE DE ROUEN** informe l'Académie qu'une souscription vient d'être ouverte, pour placer dans cet établissement un buste de F.-A. Pouchet, ancien Correspondant de l'Institut, directeur fondateur du Muséum.

ASTRONOMIE. — *Nébuluses nouvelles, découvertes et observées à l'Observatoire de Marseille; par M. E. STEPHAN.*

*Positions moyennes pour 1876, 0.*

N <sup>o</sup> d'ordre.	Étoile decomp.	Ascensions droites.	Distances polaires.	Description sommaire.
1	<i>a</i>	0.33.17,56 <sup>h m s</sup>	87. 8'.41",6	Excess. excess. faible, excess. petite, quelques petits points brill. visibles par intermittences.
2	<i>b</i>	0.34.36,47	87. 14.27,1	Noyau nébuleux, excess. excess. faible et petit.
3	<i>c</i>	0.35.48,42	54.21. 6,9	Excess. excess. faible, excess. petite, ronde, graduellement condensée au centre, un très-petit point brillant à peu près central.
4	<i>d</i>	1.16.58.47	79.21.25,3	Excess. excess. faible, aspect vaporeux, très-petite, enveloppe une très-petite étoile, en touche une autre 14 <sup>e</sup> -15 <sup>e</sup> .
5	<i>e</i>	1.24. 1,87	69.12. 2,1	Excess. excess. faible, presque inobserv., irrégulièrement arrondie, diam. = 45" env.
6	<i>f</i>	1.31.10,20	55.15.56,8	Excess. excess. faible et petite, enveloppe plusieurs très-petites étoiles.
7	<i>g</i>	1.53. 9,86	59.17.25,5	Excess. excess. faible, très-petite, ronde, un peu de condensation centrale.
8	<i>h</i>	1.53.55,49	58.43. 4,2	Excess. excess. faible, petite, aspect vap., irrégul. arr., tr.-pet. point br., touche tr.-pet. ét.
9	<i>h</i>	1.54.28,84	58.46.26,7	Excess. excess. faible et petite, enveloppe une très-petite étoile.
10	<i>i</i>	2.48.52,52	90.41.17,4	10 et 11 sont accolées et forment une sorte de nébuleuse à 2 noyaux; elles sont à peu près identiques, toutefois 10 est un peu plus faible que 11. Toutes deux excess. excess. faibles et petites, rondes avec condensation centrale.
11	<i>i</i>	2.48.49,77	90.41. 1,6	
12	<i>j</i>	21.20. 8,87	97.31.53,1	Excess. excess. faible et petite, ronde, très-petit point brillant central.
13	<i>k</i>	22.16.10,81	94.44.41,4	Excess. excess. faible, irrégulièrement arrondie, diam. = 30" env., trace de condens. centr.
14	<i>l</i>	22.16.57,19	54.24.39,3	Faible, très-petite, ronde, forte condens. centr.
15	<i>l</i>	22.18.38,39	54.25.34,2	15, 16 et 17 ont à peu près le même aspect que 14, 15 est un peu plus faible et plus petite, 16 est un peu plus brillante et moins petite, 17 est notablement plus faible et plus pet.
16	<i>l</i>	22.18.40,04	54.30. 4,0	
17	<i>l</i>	22.18.43,19	54.32.21,8	
18	<i>m</i>	22.22.28,50	54.51. 1,6	Excess. excess. faible et petite, ronde, légère condensation centrale avec un très-petit point brill. à peu près central.
19	<i>n</i>	22.30.13,70	56.41.46,8	Les 4 nébul. 19, 20, 21, 22 sont excess. excess. faible, excess. pet., très-diff. obs. La plus belle est 19, puis viennent 20, 21, 22. Cependant 22, quoique la plus petite des 4, est plus brillante.
20	<i>n</i>	22.30.19,22	56.40.30,7	
21	<i>n</i>	22.30.24,27	56.39.52,4	
22	<i>n</i>	22.30.24,92	56.41.35,2	

N <sup>o</sup> d'ordre.	Étoile de comp.	Ascensions droites.	Distances polaires.	Description sommaire.
		<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>		
23	<i>o</i>	22.32.56,70	56° 34'. 23,6	Excess. excess. faible, excess. petite, ronde, un peu de condensation centrale, enveloppe quelques très-petites étoiles.
24	<i>p</i>	22.41.56,69	50.24.56,1	Excess. excess. faible, très-petite, ronde, légère condensation centrale.
25	<i>q</i>	22.52.44,36	54.51.38,6	Excess. excess. faible, très-petite, irrégulièrement arrondie, condensation centrale mal définie, plusieurs très-petits points brillants.
26	<i>r</i>	22.55.23,47	88.24.12,3	Excess. excess. faible, à peine observable, ronde D = 1',5, condensation centr. à peine sensible.
27	<i>s</i>	23. 6.32,63	55.47. 6,2	Excess. excess. faible, à peine observable, irrégulièrement arrondie D = 45", condensation à peine sens. Quelques points br. soup.
28	<i>t</i>	23.10.18,64	66.10.44,5	Excess. excess. faible, modérément étendue, irrégulièrement arrondie, enveloppe plusieurs très-petites étoiles.
29	<i>u</i>	23.20.30,76	65.36. 4,9	Excess. excess. faible et petite, irrégulièrement arrondie, un peu de condensation centrale, enveloppe une très-petite étoile.
30	<i>v</i>	23.46.55,11	62.24.19,5	Excess. faible et petite, ronde, condens. centr.

» Le n<sup>o</sup> 12 est peut-être identique avec 440 Lassell.

» 14, 15, 16, 17 sont voisines de 474 et 475 Lassell, mais distinctes de celles-ci.

*Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1876,0.*

★.	Noms des étoiles.	Ascensions droites.	Distances polaires.	Autorité.
		<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>o</sup>	
<i>a</i>	88 Arg. Z. + 2°	0.34.58,59	87. 4'.54",1	A. Cat. de W., n <sup>o</sup> 583, H. o.
<i>b</i>	92 Arg. Z. + 2	0.35.40,27	87.12.57,8	1 obs. méridienne.
<i>c</i>	129 Arg. Z. + 35	0.35.47,97	54.20.24,6	1 obs. mérid.
<i>d</i>	169 Arg. Z. + 10	1.15. 9,61	79.22.41,1	A. Cat. de W., n <sup>o</sup> 215, H. I.
<i>e</i>	236 Arg. Z. + 20	1.26. 2,34	69.15.16,8	1 obs. mérid.
<i>f</i>	290 Arg. Z. + 34	1.32.34,98	55.18.56,5	1 obs. mérid.
<i>g</i>	311 Arg. Z. + 30	1.50.58,19	59.18.54,1	1 obs. mérid.
<i>h</i>	359 Arg. Z. + 31	1.56.24,64	58.42.32,1	1 obs. mérid.
<i>i</i>	456 Arg. Z. — 0	2.49.49,87	50.42. 8,0	1 obs. mérid.
<i>j</i>	451 W. (A. C.), H. XXI	21.20.49,09	97.32.58,0	A. C. de W., n <sup>o</sup> 451, H. XXI.
<i>k</i>	238 W. (A. C.), H. XXII	22.13.23,06	94.41.11,3	A. Cat. de Weisse.
<i>l</i>	4794 Arg. Z. + 35°	22.19.50,96	54.27. 3,0	1 obs. mérid.
<i>m</i>	4744 Arg. Z. + 16	22.21.37,95	73.51.21,7	1 obs. mérid.
<i>n</i>	4531 Arg. Z. + 33	22.27.36,57	56.41.38,3	A. C. de W., n <sup>o</sup> 584, H. XXII.
<i>o</i>	4561 Arg. Z. + 33	22.34.26,29	56.32.14,0	1 obs. mérid.
<i>p</i>	4953 Arg. Z. + 39	22.46.41,51	50.23.35,0	Cat. de Groombr., n <sup>o</sup> 3908.
<i>q</i>	4942 Arg. Z. + 35	22.55. 3,89	54.49.39,5	1 obs. mérid.
<i>r</i>	4674 Arg. Z. + 1	22.56.35,72	88.26.31,3	1 obs. mérid.
<i>s</i>	4858 Arg. Z. + 34	23. 4.55,10	55.50.14,5	1 obs. mérid.
<i>t</i>	4711 Arg. Z. + 23	23. 9.35,13	66.15. 6,5	2 obs. mérid.
<i>u</i>	4766 Arg. Z. + 24	23.18.15,34	65.40. 7,4	1 obs. mérid.
<i>v</i>	4641 Arg. Z. + 27	23.48.38,58	62.27.36,3	1 obs. mérid. »



ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'approximation d'une classe de transcendentes qui comprennent comme cas particulier les intégrales hyperelliptiques*; par M. LAGUERRE.

« 1. J'emploierai dans cette Note la méthode que j'ai exposée dans une Communication faite antérieurement à la Société mathématique de France (1).

» Considérons la fonction  $u = X^{a-1} \int \frac{\Phi(x) dx}{F(x) X^a}$ , où  $X$ ,  $\Phi(x)$ ,  $F(x)$  désignent des polynômes entiers en  $x$ ,  $a$  une constante arbitraire et qui, pour  $a = \frac{1}{2}$ , donne les intégrales hyperelliptiques. Soit  $\frac{p(x)}{f(x)}$  une fraction rationnelle dont les termes sont du moindre degré possible et dont le développement coïncide avec celui de  $u$  jusqu'aux termes de l'ordre  $2n$  inclusivement; nous pourrions poser

$$\int \frac{\Phi(x) dx}{F(x) X^a} = \frac{p(x)}{f(x)} X^{1-a} + R,$$

$R$  désignant une série développée suivant les puissances croissantes de  $x$  et commençant par un terme de la forme  $\varepsilon x^{2n+1}$ .

» En différentiant l'équation précédente et en chassant les dénominateurs, il viendra

$$\begin{aligned} F(x) X [\varphi'(x) f(x) - \varphi(x) f'(x)] \\ + (1-a) F(x) X' \varphi(x) f(x) = \Phi(x) f^2(x) + x^{2n} \Theta(x), \end{aligned}$$

$\Theta(x)$  désignant un polynôme en  $x$  d'un degré indépendant des nombres  $n$  et  $a$ . Considérons, dans cette relation,  $f(x)$  comme connu; pour déterminer  $\varphi(x)$ , on a une équation linéaire et du premier ordre. Pour l'intégrer, en négligeant d'abord le second membre, on posera

$$(1) \quad \varphi(x) = f(x) X^{a-1} z,$$

et  $z$  sera déterminé par la relation

$$(2) \quad z = \int \frac{\Phi(x) dx}{F(x) X^a} + \int \frac{x^{2n} \Theta(x) dx}{F(x) X^a f^2(x)}.$$

Or, pour que  $z$  ait la forme déterminée par l'équation (1), on voit facile-

(1) *Sur l'approximation d'une fonction d'une variable au moyen de fractions rationnelles*, 7 février 1877.

ment, en décomposant  $\frac{x^{2n}\Theta(x)}{F(x)f^2(x)}$  en fractions simples, que  $f(x)$  doit satisfaire à une équation différentielle de la forme

$$\frac{dy^2}{dx^2} + \left[ a \frac{X'}{X} - \frac{2n}{x} - \frac{\Theta'(x)}{\Theta(x)} + \frac{F'(x)}{F(x)} \right] \frac{dy}{dx} + \frac{Py}{xX\Theta(x)F(x)} = 0;$$

P désignant un polynôme entier en  $x$  d'un degré indépendant des nombres  $n$  et  $a$ .

» 2. Sachant que le polynôme  $f(x)$  satisfait à cette équation, il sera facile d'en trouver une autre solution; en le désignant par  $y_1$ , on trouvera

$$y_1 = f(x) \int \frac{\Theta(x)x^{2n}dx}{F(x)X^a f^2(x)},$$

ou, en vertu des relations (1) et (2),

$$y_1 = \varphi(x)X^{1-a} - f(x) \int \frac{\Phi(x)dx}{F(x)X^a},$$

résultat entièrement semblable à celui obtenu par M. Heine et M. Christoffel, relativement à l'équation qui définit les polynômes de Legendre.

» 3. Soit, pour considérer le cas le plus simple,

$$u = (1 - x^2)^{a-1} \int_0^x \frac{dx}{(1 - x^2)^a};$$

$u$  étant une fonction impaire de  $x$ , nous devons distinguer deux cas :

» En premier lieu,  $f(x)$ , qui est une fonction paire de  $x$ , étant du degré  $2m$ , supposons que  $\varphi(x)$  soit du degré  $2m - 1$ ;  $f(x)$  satisfait alors à l'équation

$$x(x^2 - 1)y'' + 2[(a - 2m)x^2 + 2m]y' + 2m(2m - 2a + 1)xy = 0,$$

qui s'intègre facilement au moyen des séries hypergéométriques. En adoptant les notations de Gauss, on aura, à un facteur numérique près,

$$f(x) = F(x)(-m, a - m - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - 2m, x^2)$$

et

$$\begin{aligned} \varphi(x)(1 - x^2)^{1-a} - f(x) \int_0^x \frac{dx}{(1 - x^2)^a} \\ = x^{1+m+1} F(x)(a + m + 1, m + \frac{1}{2}, 2m + \frac{3}{2}, x^2). \end{aligned}$$

» En second lieu,  $f(x)$  étant toujours du degré  $2m$ , supposons que  $\varphi(x)$  soit du degré  $(2m + 1)$ ;  $f(x)$  satisfait alors à l'équation

$$\begin{aligned} x(x^2 - 1)y'' + 2[(a - 2m - 1)x^2 + 2m + 1]y' \\ + 2m(2m - 2a + 3)xy = 0; \end{aligned}$$



en l'intégrant au moyen des séries hypergéométriques, on en déduira, à un facteur numérique près, les relations suivantes :

$$f(x) = F(x) \left( -m, a - m - \frac{3}{2}, -2m - \frac{1}{2}, x^2 \right)$$

et

$$\begin{aligned} \varphi(x)(1-x^2)^{1-a} - f(x) \int_0^x \frac{dx}{(1-x^2)^a} \\ = x^{4m+3} F(x) \left( a+m, m+\frac{3}{2}, 2m+\frac{5}{2}, x^2 \right). \end{aligned}$$

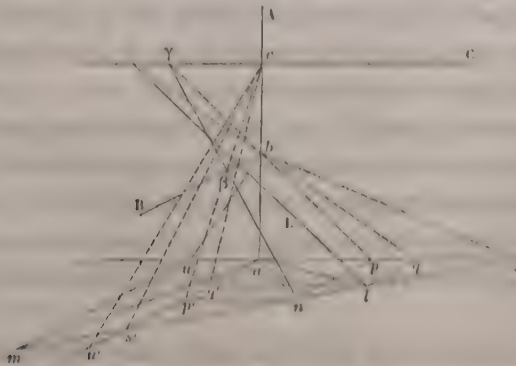
» Des équations précédentes et des relations données par Gauss entre les séries *contiguës*, on déduit facilement les relations qui relient respectivement entre eux les divers polynômes  $f(x)$  et les divers polynômes  $\varphi(x)$ . »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le parabolôïde des huit droites;*  
par M. A. MANNHEIM.

« 1. Je désigne ainsi le parabolôïde qui lie, comme je l'ai montré <sup>(1)</sup>, les éléments de courbure des nappes de la développée d'une surface.

» Je viens encore appeler l'attention sur ce parabolôïde en le présentant sous un point de vue nouveau. Il est, en effet, comme on va le voir, le lieu de droites jouissant de propriétés particulières.

» Ces propriétés nous permettent de démontrer facilement des théorèmes dépendant des infiniment petits du troisième ordre et relatifs aux surfaces dont les rayons de courbure principaux sont fonctions l'un de l'autre.



» 2. Soient (S) une surface quelconque,  $a$  un point de cette surface,

(1) *Comptes rendus*, 12 février 1872.

A la normale en ce point,  $b$  et  $c$  les centres de courbure principaux et B et C les normales aux nappes (B) et (C) de la développée de (S).

» Le parabolôïde des huit droites a pour plans directeurs : le plan (T), tangent à (S) en  $a$ , et un plan parallèle aux droites  $bs$ ,  $cs'$  axes de courbure des lignes de courbure de (S) en  $a$ . Il contient B et C, sa trace sur (T) est la droite  $ss'$ .

» 3. Considérons le dièdre droit formé par les plans des sections principales de (S). Déplaçons infiniment peu ce dièdre, A s'appuyant sur la courbe quelconque ( $l$ ) tracée sur (S) et les faces de ce dièdre restant des plans de sections principales. Ce déplacement peut être obtenu par une simple rotation. L'axe de rotation est la génératrice L du parabolôïde des huit droites qui passent par le point  $l$  où  $ss'$  est rencontrée par la normale  $al$  à ( $l$ ). Nous disons alors que :

» *Le parabolôïde des huit droites est le lieu des axes autour desquels il faut faire tourner les deux plans des sections principales d'une surface pour les amener dans l'une quelconque des positions infiniment voisines qu'ils peuvent occuper.*

» 4. Traçons à partir de  $a$  et normalement à  $al$  une courbe ( $t$ ) qui coupe sous un angle constant les lignes de courbure de (S). Faisons tourner comme précédemment, autour de L, le dièdre des sections principales en entraînant le plan (A,  $al$ ). Ce plan restera alors normal à ( $t$ ). Sa caractéristique, axe de courbure de ( $t$ ), est la projection de L. Cette projection passe évidemment par  $l$  : ce point est alors le centre de courbure géodésique de la courbe ( $t$ ) ; donc :

» *La trace  $ss'$  du parabolôïde des huit droites sur le plan (T) est le lieu des centres de courbure géodésique des courbes issues de  $a$  et qui coupent sous des angles constants les lignes de courbure de (S).*

» 5. En tournant autour de L, les plans des sections principales de (S) ont pour caractéristiques les droits  $bq$ ,  $cq'$ , projections de L sur ces plans. Comme ces plans restent tangents aux nappes (B) et (C), ces projections sont les tangentes conjuguées des tangentes qui contiennent respectivement les points de contact de ces plans avec (B) et (C). Ce résultat peut s'énoncer ainsi :

» *La normalie à (S), dont la directrice est ( $l$ ), touche (B) et (C), suivant des courbes dont les tangentes en  $b$  et  $c$  ont pour directions conjuguées les projections  $bq$ ,  $cq'$  de L.*

» 6. Si au point  $a$  la normale à la directrice de la normalie est parallèle à  $ss'$ , alors les tangentes conjuguées des tangentes aux courbes de contact



de cette normalie avec (B) et (C) sont perpendiculaires à A. Nous voyons ainsi que :

» *A partir d'une normale quelconque A d'une surface, il existe toujours une normalie qui touche les nappes de la développée de cette surface suivant des courbes dont les tangentes ont pour directions conjuguées des perpendiculaires à A.*

» 7. Si, à partir de la normale quelconque A, on a une normalie (A) qui touche (B) et (C) suivant des courbes dont les tangentes elles-mêmes sont constamment perpendiculaires aux génératrices de (A), c'est que les rayons de courbure principaux de la surface sont fonctions l'un de l'autre. Plaçons-nous dans cette hypothèse. Appelons ( $a$ ) la directrice de cette normalie (A). Menons la normale  $an$  à ( $a$ ) et projetons  $n$  en  $p$  : la droite  $bp$  et la perpendiculaire à (A) menée du point  $b$  dans le plan (A, C) forment alors un système de diamètres conjugués de l'indicatrice de (B). Les droites A et  $bs$  forment aussi un système de diamètres conjugués. Supposons que la normalie dont la directrice est ( $l$ ) touche (B) suivant une courbe dont la tangente soit  $bu$  : alors  $bu$  et  $bq$  sont des diamètres conjugués.

» Nous avons alors trois systèmes de diamètres conjugués qui déterminent sur  $as$  les six points  $u, a, p, q, s$ , et le point à l'infini qui sont en involution. Par suite, les points  $m, s', n, l, s$ , et le point à l'infini sur  $ss'$ , ainsi que les points  $u', s', p', q', a$ , et le point à l'infini sur  $as'$  sont aussi en involution. Mais nous avons deux systèmes de diamètres conjugués de l'indicatrice de (C) au point  $c$  qui rencontrent  $as'$  aux points  $a, s', p'$ , et à l'infini ; donc  $cq', cu'$  sont des diamètres conjugués. Il résulte de là que la normalie, dont ( $l$ ) est la directrice, touche (C) suivant une courbe tangente à  $cu'$ . Si maintenant nous prenons sur la surface une courbe ( $m$ ) dont la normale est  $bm$ , nous verrons, comme plus haut, que la normalie qui a cette courbe pour directrice touche (B) et (C) suivant des courbes tangentes à  $bq$  et  $cq'$ . Nous concluons de là que :

» *Lorsqu'une surface a des rayons de courbure principaux fonctions l'un de l'autre, ses normalies, qui touchent l'une des nappes de la développée de cette surface suivant des courbes conjuguées, touchent aussi l'autre nappe suivant des courbes conjuguées* <sup>(1)</sup>.

» M. Ribaucour est arrivé analytiquement à ce théorème <sup>(2)</sup>. Il a fait remarquer que :

<sup>(1)</sup> On démontre de la même manière le théorème inverse.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, 27 mai 1872.

» Parmi ces normales, il y en a qui touchent chacune des nappes de la développée suivant des lignes asymptotiques.

» Je montrerai prochainement dans quel cas les directrices de ces normales sont elles-mêmes des lignes asymptotiques.

» De ce qui précède résulte encore que :

» Les asymptotes des indicatrices en  $b$  et  $c$  des nappes de la développée d'une surface, dont les rayons de courbure principaux sont fonctions l'un de l'autre, sont les projections de deux génératrices du parabolôïde des huit droites.

» Je ne développe pas davantage, car aujourd'hui il était surtout important de signaler une définition nouvelle et remarquable du parabolôïde des huit droites. »

THERMODYNAMIQUE. — Sur la théorie des machines frigorifiques.

Note de M. A. TERQUEM.

« Dans une précédente Communication (1), j'ai fait voir que, dans les machines frigorifiques à air, une infinité de cycles donnent le rendement maximum, à la condition que ces cycles soient formés : 1° d'une ligne isotherme AB, à la température supérieure  $T_1$ , le long de laquelle le gaz est comprimé; 2° d'une ligne mixte représentée par l'équation

$$pv \frac{M+C}{M+c} = \text{const.},$$

le gaz passant de la température  $T_1$  à la température  $T_0$ , en se détendant et refroidissant un corps dont la capacité calorifique est  $M$ ; 3° d'une autre ligne mixte représentée par l'équation

$$pv \frac{-M+C}{-M+c} = \text{const.}$$

le gaz se réchauffant de  $T_0$  à  $T_1$ , tout en absorbant une quantité de chaleur égale à  $M'(T_1 - T_0)$ .

» Le cycle des premières machines de Windhausen et de celles de Paul Giffard, quoique incomplet, est un cas particulier du cycle précédent, en y faisant  $M = 0$  et  $M' = C$ . L'air atmosphérique, en effet, est comprimé à température constante, dans un premier corps de pompe, par suite d'injections d'eau froide; il passe ensuite dans un réservoir; de là, dans un second

---

(1) Séance du 25 mars, page 602 de ce volume.



corps de pompe, où il se détend; enfin il est expulsé de la machine, et produit son action frigorifique au dehors.

» Mais il est évident que l'on ne peut, en général, dans ces conditions, réaliser le rendement maximum. La théorie suppose, en effet, que le corps à refroidir doit être porté de la température supérieure  $T_1$  à la température inférieure  $T_0$ ; or, le plus souvent, c'est entre la température la plus basse  $T_0$  et une température  $T_2$ , notablement inférieure à  $T_1$ , que la chaleur doit être enlevée. Dans ce cas, la théorie indique que, pour avoir le rendement maximum, le cycle doit être formé : 1° d'une ligne isotherme à la température supérieure  $T_1$ , correspondant à la période de compression du gaz; 2° d'une ligne adiabétique allant de  $T_1$  à  $T_2$ ; 3° d'une ligne mixte allant de  $T_2$  à  $T_0$ , le long de laquelle le gaz refroidit en même temps que lui un corps de capacité calorifique  $M$ ; 4° enfin d'une ligne adiabétique, le long de laquelle le gaz repasse de  $T_0$  à  $T_1$ . Le rendement, dans un tel cycle, est égal à

$$\frac{q}{Q - q} = \frac{T_2 - T_0}{T_1 \log \frac{T_2}{T_0} - (T_1 - T_0)},$$

moindre que le rendement précédemment donné, puisque, pour avoir le rendement maximum, il faudrait remplacer  $T_1$  par  $T_2$  devant le logarithme.

» Dans les machines de Windhausen et de Giffard, à cycle incomplet, le rendement serait, dans les mêmes conditions,

$$\frac{q}{Q - q} = \frac{T_2 - T_0}{T_1 \log \frac{T_1}{T_0} - (T_1 - T_0)},$$

qu'on peut démontrer être moindre que le précédent.

» Si l'on suppose que  $T_2$  se rapproche indéfiniment de  $T_0$ , c'est-à-dire que toute la chaleur doive être enlevée à la température  $T_0$ , on trouve que cette expression a pour limite  $\frac{T_0}{T_1 - T_0}$ , et en même temps que le cycle se confond avec un cycle de Carnot.

» Il faut donc, dans les machines frigorifiques à air : 1° comprimer le gaz à température constante; 2° éviter de dépasser la température inférieure  $T_0$ , strictement nécessaire pour produire l'effet frigorifique désiré. Dans ce but, on doit injecter de l'eau pendant la compression, et détendre le gaz en contact d'une solution saline, qui servirait à la réfrigération d'autres corps au dehors de la machine. Il y aurait ainsi une double

circulation du gaz dans l'intérieur de la machine et du liquide froid au dehors. On pourrait, de cette manière, éviter ces bouffées d'air froid envoyées par les machines frigorifiques à air, qui se mêlent difficilement à l'air ambiant, répartissent inégalement la température, et produisent sur leur passage la condensation et même la congélation de la vapeur d'eau.

» Même dans les meilleures conditions de rendement, il ne semble pas que les machines frigorifiques à air puissent lutter efficacement avec les machines à liquides volatils. Elles présentent, en effet, les mêmes inconvénients que les machines motrices à air chaud, inconvénients qui sont les suivants : 1° la nécessité de donner de grandes dimensions pour obtenir des effets un peu considérables, à cause de la faible densité et de la faible chaleur spécifique de l'air ; 2° les résistances passives dues à ces grandes dimensions et à l'emploi de deux corps de pompe, les résistances étant proportionnelles à la somme des actions, et le travail à dépenser étant proportionnel à leur différence ; 3° le défaut de souplesse de ces machines pour effectuer des degrés différents de réfrigération, les rapports des dimensions des corps de pompe devant être calculés d'après les températures  $T_1$  et  $T_0$ , entre lesquelles fonctionne la machine.

» Les avantages que présentent les machines à air froid sont : 1° de permettre d'obtenir des températures plus basses qu'avec les machines à liquides volatils, dont l'énergie décroît avec l'abaissement de température ; 2° de présenter une construction plus simple que les autres machines, entre autres les machines à ammoniacque ; 3° de contenir un agent qui n'est ni coûteux ni dangereux, dont on ne peut redouter la perte, en cas d'avaries des machines. »

PHYSIQUE. — *Recherches sur la réflexion métallique des rayons calorifiques obscurs et polarisés.* Note de M. MORTON, présentée par M. Desains.

« J'ai employé, dans ces recherches, l'un des appareils dont M. Desains se sert ordinairement pour l'étude des spectres calorifiques. Polarisées dans un azimut déterminé, la lumière et la chaleur traversaient d'abord une lame de flint convenablement inclinée sur le plan d'incidence et destinée à détruire les effets produits par le prisme (1). Le faisceau réfléchi, puis dispersé et analysé, venait finalement se résoudre en un

---

(1) FIZEAU et FOUCAULT, *Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. XXX, p. 147.



spectre très-pur, à la partie lumineuse duquel se repérait la fente de la pile thermo-électrique; la largeur de cette fente était de 1 millimètre, celle de la bande rouge du spectre lumineux de 4 millimètres, et l'étendue totale du spectre lumineux de 4 centimètres environ.

» J'ai opéré sur trois longueurs d'ondes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , réparties dans la partie obscure du spectre et sensiblement symétriques, par rapport au rouge extrême,  $\lambda_1$  du jaune,  $\lambda_2$  du vert bleu, et  $\lambda_3$  de l'indigo.

» La méthode expérimentale repose sur des principes établis par M. Jamin dans ses *Études de la réflexion métallique de la lumière* <sup>(1)</sup>.

» 1° Tout rayon primitivement polarisé dans un azimut autre que zéro et 90 degrés est, après la réflexion, devenu elliptique.

» 2° Après avoir traversé un prisme de spath dont on n'utilise que l'image extraordinaire, un rayon elliptique présente, quand la section principale du prisme coïncide avec le grand axe de l'ellipse, un maximum d'intensité; avec le petit axe, un minimum; et si l'on étudie ces intensités dans des couples d'azimuts  $\alpha$  et  $\alpha + 90^\circ$ , en allant du grand axe au petit, la première l'emportera sur la deuxième tant que  $\alpha$  sera compris entre le grand axe et 45 degrés, pour lui devenir inférieure dès que  $\alpha$  aura dépassé cette bissectrice des axes. Il n'est demandé ainsi à la source de chaleur que d'être constante pendant la durée de chaque couple d'observations, durée qu'un mouvement spécial, permettant de faire tourner rapidement l'analyseur de 90 degrés, rendait très-courte; l'azimut des bissectrices des axes de l'ellipse peut être ainsi déterminée à 1 degré près.

» 3° On peut amener l'azimut de la vibration incidente à être tel que les deux composantes principales de la vibration réfléchie soient égales. Cet azimut se trouve encore déterminé par des couples d'observations qui n'ont sur les précédents que l'infériorité de n'avoir pas une somme constante (la source l'étant), mais qui ont comme elles l'avantage d'être rapides, groupés par couples indépendants les uns des autres, et de se terminer par deux valeurs égales des déviations galvanométriques.

» 4° Si nous désignons par  $\omega$  l'azimut des bissectrices des axes de l'ellipse, le rayon incident vibrant à 45 degrés; par  $\alpha$  l'azimut de la vibration incidente qui rend égales les deux composantes principales réfléchies; par  $\delta$  la différence de phase produite par la réflexion, enfin par I et J les nombres absolus par lesquels la réflexion multiplie l'amplitude des compo-

(1) JAMIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. XIX, p. 321 et suivantes.

santes principales, on a les deux relations

$$\cos \delta = - \frac{\cot 2\omega}{\tan 2a} \quad \text{et} \quad \frac{1}{j} = \tan a,$$

pour déterminer  $\frac{1}{j}$  et  $\delta$  <sup>(1)</sup>.

*Extrait d'un tableau d'expériences* (longueur d'onde,  $\lambda_1$ ; incidence, 80 degrés; miroir d'acier; vibration incidente, 45 degrés).

Recherche de $\omega$ .				Recherche de $a$ .		
Azimuts de l'analyseur.	Déviations galvanométriques en mm. à 80 <sup>cm</sup> .	Azimuts de l'analyseur.	Déviations galvan.	Vibration incidente.	Analyseur	
					0	90
70°	150	58°	125	30°	105	110
70 + 90	100	58 + 90	126	29	102	100
60	130	valeur aux axes.				
60 + 90	120	13°	65			
56	120	13 + 90	185			
56 + 90	128					

Ainsi  $\omega = 58^\circ$ ,  $a = 29^\circ$ .

*Résultats des expériences faites sur l'acier poli.*

Longueur d'onde $\lambda_1$ .			Longueur d'onde $\lambda_2$ .			Longueur d'onde $\lambda_3$ .		
Incidence.	Différence de marche en fonction de $\lambda_1$ .	Rapport des amplitud.	Incid.	Différence de marche.	Rapport des amplitud.	Incid.	Différence de marche.	Rapport des amplitud.
		Angle $a$ . $\frac{1}{j}$			$a$ $\frac{1}{j}$			$a$ $\frac{1}{j}$
70°	0,179	35° 0,70	70°	0,130	32° 5 0,64	75°	0,120	31° 0,60
75	0,203	33 0,65	75	0,155	32 0,62	80	0,207	29 0,55
79	0,253	28 0,53	80	0,202	29 0,55	81	0,212	27,5 0,52
80	0,260	29 0,55	81	0,224	27 0,51	82	0,225	27 0,51
82	0,320	30 0,58	82	0,247	27 0,51	83,5	0,250	26 0,49
			83	0,296	29 0,55			

» Si l'on rapproche ces tableaux de celui que donne M. Jamin <sup>(2)</sup> pour le rouge, l'analogie est remarquable. Dans chacun d'eux, on voit la différence de marche augmenter avec l'incidence, passer par  $\frac{\lambda}{4}$  à 76 degrés avec le rouge, à 79 degrés avec  $\lambda_1$ , à 82 degrés avec  $\lambda_2$  et à 83°,5 avec  $\lambda_3$ ; à

(<sup>1</sup>) Voir la *Discussion théorique* de M. Jamin (*Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. XXIX, p. 276).

(<sup>2</sup>) *Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. XIX, p. 317.



ces incidences correspond toujours une valeur minimum du rapport des amplitudes.

» Portons maintenant notre attention sur les deux quantités qui « entrent comme constantes dans les formules de la réflexion métallique, à savoir : 1° l'incidence de la polarisation rétablie après deux réflexions sur des miroirs parallèles; 2° l'azimut de polarisation du rayon réfléchi sous cette incidence quand l'azimut primitif est égal à 45 degrés » <sup>(1)</sup>. La première est l'incidence pour laquelle la différence de marche est un quart d'onde: c'est donc 79 degrés pour  $\lambda_1$ , 82 degrés pour  $\lambda_2$ , 83°, 5 pour  $\lambda_3$ ; quant à la seconde, si on la désigne par  $\beta$ , on a  $\tan \beta = \frac{12}{11}$ , d'où  $\tan \beta = \tan^2 a$ ; nous trouvons alors pour  $\beta$  les valeurs 15° 40' pour  $\lambda_1$ , 14°, 5 pour  $\lambda_2$  et 13° 20' pour  $\lambda_3$ . Et, en rapprochant enfin ces résultats du tableau <sup>(2)</sup> où M. Jamin a consigné les valeurs de ces deux quantités principales en allant du violet au rouge, on voit que les azimuts de polarisation rétablie, qui diminuent pour l'acier du violet au rouge (de 21 degrés à 16° 20'), continuent à le faire au delà, tandis que les incidences principales, qui croissent du violet au rouge (de 73 degrés à 77° 52'), poursuivent la série de leurs valeurs croissantes à mesure qu'on s'avance dans les radiations obscures.

» Qu'il me soit permis, en terminant, d'exprimer toute ma reconnaissance à M. Desains : son aide et ses conseils journaliers m'ont été d'un grand secours dans l'exécution de ce travail. »

CHIMIE. — *Sur le sulfure de manganèse.* Note de MM. PH. DE CLERMONT  
et H. GUIOT.

« La transformation du sulfure de manganèse de couleur chair en sulfure vert a déjà attiré à plusieurs reprises l'attention des chimistes. Nos essais nous ont conduits à constater la production du sulfure vert dans des cas nouveaux, et aussi à le préparer par des réactions dans lesquelles on avait affirmé ne jamais avoir observé sa formation.

» Nous avons été amenés à reproduire quelquefois les expériences de M. Muck <sup>(3)</sup>; nous avons pu confirmer certains de ses résultats, mais nous sommes en désaccord avec lui sur d'autres points.

<sup>(1)</sup> *Annales de Chimie et de Physique*, t. XXII, p. 313.

<sup>(2)</sup> *Annales de Chimie et de Physique*, t. XXII, p. 316.

<sup>(3)</sup> Voir *Zeitschrift für Chemie*, t. V, p. 580, et t. VI, p. 6.

» Chauffé à 250 degrés pendant quarante-huit heures avec de l'eau, le sulfure rose ne subit aucune transformation ; mais, à 305 degrés, en présence d'une petite quantité d'eau, il y a production de sulfure vert.

» En tube scellé, à 250 degrés, le sulfure rose sec ne subit point de changement de couleur.

» Le sulfure rose chauffé à l'ébullition, pendant cinq heures, à l'air libre, avec de l'ammoniaque remplacée à mesure qu'elle s'évapore, ne passe pas au vert. Mais, si l'on chauffe à 220 degrés en vase clos, pendant vingt-quatre heures, le sulfure rose en présence de l'ammoniaque, on obtient facilement la transformation en sulfure vert. M. Muck, qui avait déjà étudié l'action de l'ammoniaque à 150 degrés, n'avait pas réussi.

» La potasse, en solution aqueuse étendue ou alcoolique, chauffée à 150 degrés, pendant douze heures, ne produit aucun changement. Elle oxyde simplement. En chauffant le sulfure rose avec du chlorure de potassium à 200 degrés en vase clos, il devient gris blanc.

» L'acide sulfhydrique à l'air libre ne donne rien par l'ébullition avec le sulfure rose ; mais, contrairement à l'affirmation de M. Muck, en vase clos à 220 degrés, il opère la transformation du sulfure rose en vert.

» Les sulfures alcalins, ni à l'air libre, ni à haute température en tube scellé, n'agissent sur le sulfure rose. Le sulfhydrate de sulfure de potassium le fait devenir violet en vase clos à 200 degrés. Un mélange de sulfhydrate d'ammoniaque et de sulfure alcalin produit facilement la transformation en vert, si l'on opère en tube scellé.

» D'après M. Muck, il est impossible de transformer le carbonate manganeux en sulfure vert. Or nous avons opéré cette transformation en chauffant à l'air libre, à l'ébullition, du carbonate de manganèse précipité avec du sulfhydrate d'ammoniaque. En vase clos à 200 degrés, la transformation est complète. Avec le même carbonate manganeux, les sulfures alcalins et l'acide sulfhydrique ne donnent jamais que du sulfure rose, à l'air libre comme à haute température, en tube scellé.

» Si l'on fait passer un courant d'acide carbonique ou d'ammoniaque bien desséché sur du sulfure rose, on obtient du sulfure vert à une température produite par un bec de Bunsen.

» M. Geuther <sup>(1)</sup> a prétendu que la congélation produisait le changement de couleur du sulfure de manganèse. M. Muck a observé le contraire. Nous avons répété et varié ces expériences, en descendant jusqu'à — 15 degrés, et

---

(1) *Jenaische Zeitschrift für Medizin und Naturwissenschaften*, t. II, p. 127.



dans aucun cas nous n'avons pu confirmer l'assertion de M. Geuther. Retiré du mélange réfrigérant et ramené à sa température ordinaire, le sulfure rose passe toujours au vert.

» On a avancé que le sulfure vert était un oxysulfure; nous avons fait quelques expériences qui indiquent clairement qu'il n'en est pas ainsi. Si l'on ajoute de l'eau préalablement bouillie à du sulfure rose, qu'on introduise le tout dans une éprouvette remplie de mercure, on voit, après addition d'un excès de sulfhydrate d'ammoniaque, le sulfure rose devenir vert dans ce milieu privé absolument d'air et d'oxygène. De plus, si l'on fait le mélange de sulfhydrate d'ammoniaque et de sulfure rose en présence d'un volume d'air déterminé, sur la cuve à mercure, on remarque que le changement a lieu sans qu'il y ait diminution de volume d'air.

» M. Muck indique que le sulfure vert renferme 7 pour 100 d'eau, sans dire dans quelle condition il a fait l'analyse. Aucun auteur n'a parlé de la composition du sulfure rose. Nous avons donc étudié la constitution des sulfures rose et vert. Pour cela, nous avons desséché du sulfure vert à 105 degrés dans un courant d'hydrogène sec, pour éviter l'oxydation. Nous en avons pesé exactement une portion que nous avons ensuite calcinée dans un courant d'hydrogène sulfuré, puis pesée. Nous avons constaté que le poids restait constant. On doit donc conclure qu'à 105 degrés le sulfure vert est anhydre. Le sulfure rose est, au contraire, un hydrate. Voici comment nous le démontrerons : nous avons desséché à 105 degrés dans un courant d'hydrogène du sulfure rose, puis calciné dans un courant d'hydrogène sulfuré. Il est devenu vert et a perdu une partie de son poids, qui correspond à 9 pour 100. Le sulfure rose desséché à 105 degrés renferme donc 9 pour 100 d'eau.

» Si l'on fait dessécher dans le vide, en présence de l'acide sulfurique, du sulfure vert jusqu'à ce qu'il ne perde plus rien de son poids, et qu'ensuite on le calcine dans un courant d'hydrogène sulfuré, on constate une diminution de poids qui correspond à 13,39 pour 100 d'eau. Si l'on répète l'opération avec du sulfure rose, la perte de poids est plus considérable et correspond à 18,84 pour 100 d'eau.

» La différence entre les deux sulfures se manifeste aussi dans leur solubilité dans les sels ammoniacaux. Nous avons dissous l'un et l'autre sulfure dans une solution de chlorhydrate d'ammoniaque saturée à 12 degrés. Or il ressort de nos expériences que 100 centimètres cubes dissolvent 0,0884 de sulfure vert, 0,426 de sulfure rose, c'est-à-dire environ cinq fois plus.

» On sait que le sulfure rose est amorphe, tandis que le sulfure vert est cristallisé. Ce fait nous avait porté à croire que peut-être cette transformation était accompagnée d'un phénomène de phosphorescence. Nous avons répété la transformation dans l'obscurité complète et après insolation, et en aucun cas nous n'avons observé de production de lumière.

» Le sulfure de manganèse, principalement la modification verte, résiste à l'oxydation, lorsqu'il se trouve dans un liquide ou qu'il est sec, mais il s'oxyde avec une rapidité remarquable dans certaines circonstances que nous rapportons ici. Si l'on vient à comprimer du sulfure vert bien lavé et encore humide et qu'on le pulvérise ensuite, soit immédiatement, soit une heure ou deux après, il se fait aussitôt et graduellement une élévation de température qui, pour un poids de 10 grammes de matière environ, atteint 60 degrés et qu'accompagne un dégagement de vapeur d'eau. Il en est de même pour le sulfure rose.

» Les sulfures de manganèse doivent, nous pensons, être considérés comme des modifications isomériques d'un seul et même corps plus ou moins hydraté; le travail moléculaire qui s'effectue dans ce passage du rose au vert doit être nécessairement accompagné de phénomènes physiques. L'élévation de température que nous avons constatée ne serait-elle pas due en partie à ce changement de constitution ?

» Nous avons cherché aussi à ramener au rose le sulfure vert, mais sans aucun succès jusqu'à présent. »

CHIMIE. — *Réponse aux remarques de M. E. Chevreul, concernant la phosphorescence des corps organiques.* Note de M. R. RADZISZEWSKI, présentée par M. Wurtz.

« Dans la séance du 19 février dernier, M. Chevreul a bien voulu présenter quelques remarques au sujet de mes découvertes, concernant la phosphorescence des corps organiques. A cette occasion, l'illustre chimiste rappelle ses travaux sur l'oxydation des corps organiques en solution alcaline, travaux qui prouvent, jusqu'à l'évidence, que l'alcalinité des liquides accélère, en général, l'absorption de l'oxygène gazeux. Je suis le premier à reconnaître l'importance de ces résultats, mais je fais remarquer que, pour ce qui me concerne, je me suis occupé d'un sujet différent, savoir des conditions dans lesquelles le phénomène de la phosphorescence se produit : pour préciser ces *conditions spéciales*, j'ai dit, en résumant mon travail, que la lenteur de la réaction est ici une con-



dition essentielle. Voici les faits que je puis invoquer à l'appui de cette proposition :

» 1° Le tannin, l'acide gallique, l'acide pyrogallique, etc., qui, en solution alcaline, s'oxydent rapidement aux dépens de l'oxygène de l'air, ne sont nullement phosphorescents.

» 2° L'hydrofurfuramide, qui est peu stable en solution alcaline et se décompose rapidement, n'est pas phosphorescente non plus; tandis que son isomère, la furfurine, qui est beaucoup plus stable, possède la propriété de luire dans l'obscurité.

» 3° Les aldéhydes ordinaires, qui, en général, s'oxydent rapidement, ne sont pas phosphorescentes, tandis que les aldéhydes polymérisées, qui se conservent mieux, possèdent cette propriété.

» 4° De tous les corps organiques phosphorescents étudiés jusqu'à présent par moi (et j'en ai découvert déjà une trentaine), c'est la lophine qui luit le plus fortement. Or, pour décomposer et oxyder 14 grammes de lophine, dans les conditions les plus favorables, c'est-à-dire en présence de 80 grammes de potasse caustique dissous dans l'alcool et à la température de 65 degrés C., il faut quinze jours. La quantité d'oxygène de l'air absorbée pendant ces quinze jours de phosphorescence est de 2<sup>gr</sup>, 2.

» Je crois que ces exemples, dont je pourrais facilement augmenter le nombre, m'autorisent à soutenir ma thèse, que la lenteur de la réaction est ici (c'est-à-dire, en tant qu'il s'agit de la phosphorescence) une condition essentielle. D'un autre côté, j'avoue que le mot *lenteur* est vague et essentiellement relatif : il doit y avoir des limites maxima et minima. C'est ainsi que la chaleur, l'agitation mécanique et le remplacement de l'air par l'oxygène pur sont quelquefois des stimulants pour la phosphorescence. Quels sont ces maxima et minima? C'est là une question fort difficile à résoudre dans l'état actuel de la science, car les notions que nous avons en général sur la rapidité des réactions chimiques sont fort imparfaites et incertaines. »

CHIRURGIE. — *Deux cas d'anévrisme du pli du coude, traités avec succès par la ligature antiseptique de Catgut.* Note de M. J. BOECKEL, présentée par M. C. Sédillot.

« Depuis les travaux de M. Pasteur, la chirurgie a cherché à prévenir par l'emploi des antiseptiques les accidents infectieux qui compromettaient

le succès de ses opérations, et il est peu de questions d'un plus haut intérêt et plus justement discutées.

» La ligature des artères avec des fils de Catgut phéniqués <sup>(1)</sup> semble favoriser la réunion des plaies sans suppuration, mettre à l'abri des hémorrhagies et permettre de rapprocher les ligatures de l'origine des branches collatérales, l'artère s'oblitérant sans solution de continuité. L'absorption du Catgut admise par Lister, Watson, Gascoyen, Holmes, etc., et étudiée expérimentalement par Fleming, mérite encore, sans doute, de nouvelles preuves; et l'observation pouvant seule les fournir, nous citerons deux cas d'anévrismes parfaitement guéris par ce genre de ligature :

» 1<sup>o</sup> Anévrisme spontané de l'artère humérale, au pli du coude, sans causes connues. Ouvrier de vingt-cinq ans. Ligature de l'artère au tiers moyen du bras, le 20 novembre 1876, sous le brouillard phéniqué, avec un simple fil de Catgut, dont les extrémités furent coupées près du nœud. Plaie fermée par suture métallique et complètement réunie en quarante-huit heures. Membre immobilisé dans un appareil plâtré. Guérison sans aucun accident et sans élimination de la ligature.

» 2<sup>o</sup> Anévrisme spontané du tiers supérieur de la cubitale, opéré le 20 décembre 1876 par M. le professeur Eugène Bœckel. Incision directe du sac anévrisimal. Ligature de la continuité de l'artère brachiale au-dessus du pli du coude avec un simple fil de Catgut. Le sac ayant été vidé des caillots fibrineux qui le remplissaient, deux fils furent jetés : l'un de soie, sur l'orifice supérieur de la cubitale; l'autre de Catgut, sur le bout inférieur de l'artère, au-dessous du sac. Aucune hémorrhagie. Guérison immédiate de la plaie du bras sans élimination de la ligature. Pansement phéniqué de l'intérieur de l'anévrisme. Le malade n'a éprouvé aucun accident pendant son traitement et a conservé le libre usage et la force du membre opéré.

» Nous nous sommes servi de fils de Catgut dans vingt amputations du sein, douze des membres, sans hémorrhagie primitive ni consécutive. L'élimination de la ligature n'eut lieu qu'une fois sur un amputé de cuisse,

---

(1) Voici la formule de Lister, publiée par M. le D<sup>r</sup> Lucas Championnière, pour la préparation du Catgut : cordes à boyau de diverses dimensions ; acide phénique cristallisé, 20 grammes; eau, 2; huile d'olives, 100. Jeter l'eau sur les cristaux; émulsionner l'huile; laisser au fond du flacon bien bouché une baguette de verre pour séparer de l'eau le Catgut, qui ne prend de solidité qu'au bout de cinq ou six mois et est d'autant meilleur qu'il a séjourné plus longtemps dans l'acide phénique.



cinq semaines après l'opération. La réunion immédiate avait réussi et la cicatrisation du moignon était depuis longtemps achevée.

» Ces succès confirment trop clairement les avantages des antiseptiques, en Chirurgie, pour que nous ayons hésité à les signaler. »

EMBRYOGÉNIE. — *Sur quelques fécondations anormales chez l'Étoile de mer.*

Note de M. H. FOL, présentée par M. H. de Lacaze-Duthiers.

« J'ai décrit, dans une précédente Note, les modifications que subissent les œufs mûrs de *Asterias glacialis*, lorsqu'on les place simplement dans l'eau de mer, et les phénomènes d'une fécondation artificielle faite avec des œufs déjà débarrassés de leurs matières de rebut. Essayons maintenant de féconder des œufs immédiatement après leur sortie de l'ovaire ou, tout au moins, avant l'expulsion du premier corpuscule de rebut.

» Les détails de la pénétration des zoospermes dans le vitellus sont, à peu de chose près, les mêmes que dans le cas normal. La différence principale est que la membrane vitelline ne se forme et ne se soulève que très-lentement autour du point où la pénétration se produit ; au lieu de gagner rapidement le tour du vitellus, elle ne s'étend qu'à une fraction de la périphérie. Dès lors, d'autres spermatozoaires ont tout le temps de pénétrer successivement en différents points de la surface de l'ovule, et continuent à le faire jusqu'à ce que le vitellus soit complètement enfermé dans une membrane imperméable aux zoospermes.

» L'étendue et la rapidité de formation des portions de la membrane, qui se différencient autour de chaque point de pénétration, sont très-variables, et d'autant plus faibles que l'on s'éloigne davantage des conditions normales. En pareil cas, j'ai compté jusqu'à quinze zoospermes dans un seul vitellus ; ce nombre est d'autant moins grand que l'on opère dans des conditions plus normales.

» Le corps du zoosperme coule dans le vitellus, et il se forme en cet endroit une tache claire, entourée de filaments radiaires. C'est l'Aster mâle. Ces Asters mâles, partant de divers points de la surface du vitellus, cheminent lentement dans la direction du centre de ce dernier. Sauf pour le nombre des Asters, tout cela est conforme au cas normal. Si la fécondation a lieu avant la disparition de la vésicule germinative, les centres mâles restent assez longtemps à l'état latent, et ce n'est qu'au moment où le premier corpuscule polaire commence à sortir, parfois même déjà au

moment où l'amphiaster de rebut est constitué, que les Asters mâles se montrent chacun à une petite distance de l'endroit où un zoosperme a pénétré. Plusieurs des filaments radiaires s'étendent du centre de l'Étoile au point de la surface du vitellus où le contact a eu lieu, point qui est encore reconnaissable, grâce à la présence d'une petite cicatrice. Ce sont sans doute ces filaments que M. O. Hertwig a pris, chez l'Oursin, pour la queue du spermatozoaire.

» Les Asters mâles gagnent en netteté à mesure qu'ils s'éloignent du bord du vitellus, et dans leur centre se forme un petit amas de protoplasme, que nous pouvons nommer un *pronucléus mâle*. Le pronucléus mâle le plus rapproché du pronucléus femelle se soude à ce dernier, qui devient aussitôt le centre d'un système de filaments radiaires; puis ce noyau combiné se réunit encore à un second et même parfois à un troisième pronucléus mâle. D'autres fois, le pronucléus femelle se sépare, au moment même de sa formation, en deux ou trois fragments, qui vont se réunir à autant de centres mâles. Les Asters mâles ne se réunissent jamais entre eux; il semble qu'ils se repoussent, et sont attirés par le centre femelle jusqu'au moment où ce dernier a été neutralisé par sa réunion avec deux ou trois centres mâles.

» Le fractionnement de ces œufs est très-irrégulier. Lorsque les centres mâles sont nombreux, le vitellus forme du coup autant de bosses arrondies qu'il renferme d'Asters mâles, chaque bosse ayant un Aster dans son centre; puis ces bosses deviennent des sphérules, qui continuent à se diviser par dichotomie. Il en résulte une blastophère très-irrégulière et une larve monstrueuse.

» Dans les cas où le nombre des centres mâles est très-restreint et où le pronucléus femelle s'est réparti en deux ou trois noyaux, ces noyaux restent toujours distincts. Au moment du premier fractionnement, chacun se transforme pour son compte en un amphiaster, et le vitellus se divise du coup en quatre ou six sphérules. Je n'ai pas observé le fractionnement chez les œufs dont le nucléus unique est le résultat de la combinaison du pronucléus femelle avec plusieurs Asters mâles. Peut-être faut-il rapporter ici les œufs que j'ai rencontrés assez souvent, chez lesquels le noyau se résout du coup en un tétraster, c'est-à-dire en quatre Asters reliés entre eux.

» Un vitellus qui a reçu deux zoospermes peut-il se développer d'une manière normale? Je n'oserais le nier absolument, mais j'ai toujours observé le contraire; j'ai toujours vu ces œufs produire un nombre double de sphérules de fractionnement et devenir ensuite des larves monstrueuses.



Ce fait n'est-il pas propre à nous mettre sur la trace de l'origine de toute une catégorie de monstres doubles ?

» Des phénomènes analogues se présentent chez des œufs fécondés à maturité, mais provenant d'animaux qui ont souffert en captivité. Ayant fécondé des œufs qui provenaient d'une mère très-malade, je vis les zoospermes pénétrer en nombre dans chaque vitellus, et leurs corps se conserver intacts au milieu de la substance vitelline, bien qu'ils fussent entourés de quelques lignes rayonnées mal accentuées. Ils cheminèrent tous dans la direction de la vésicule germinative qui disparut, mais le développement n'alla pas au delà.

» A cette exception près, je n'ai jamais réussi à discerner le corps du zoosperme dans l'intérieur du vitellus ; je ne pense pas qu'il persiste, et je crois bien plutôt que le centre mâle est le produit de la fusion de ce corps avec un peu de protoplasme vitellin. L'attraction qu'exerce le zoosperme sur la substance vitelline, et particulièrement sur le pronucléus femelle, me semble mise hors de doute par les observations que j'ai rapportées. La répulsion mutuelle des centres mâles me paraît être un corollaire de leur attraction pour le centre femelle, de même que la répulsion qu'exercent l'un sur l'autre les deux pôles d'un amphiaster est le corollaire de l'attraction qu'ils exercent sur le protoplasme environnant. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur la répartition de l'acide carbonique du sang entre les globules rouges et le sérum.* Note de M. **L. FREDERICQ**, présentée par M. H. de Lacaze-Duthiers.

« On admet généralement que tout ou presque tout l'acide carbonique retenu dans le sang se trouve dans le sérum (ou le plasma) à l'état de combinaison ou de dissolution. Cette assertion, quoique reproduite dans la plupart des traités de Physiologie, ne repose sur aucune preuve directe, et se trouve même en désaccord avec les résultats de quelques analyses comparatives de sérum et de sang, publiées par A. Schmidt, Preyer, et avec les expériences d'absorptionométrie de Setchenow. J'ai repris cette étude en me servant exclusivement de sang de cheval défibriné par le battage et conservé à une basse température dans des vases bien bouchés. Grâce à la densité élevée des globules rouges, le sang des solipèdes se sépare en cruor et en sérum au bout de quelques minutes, bien avant que la composition gazeuse du liquide soit altérée sensiblement. Les analyses de sang et de sérum peuvent donc se faire à court intervalle, dans des conditions iden-

tiques, et leurs résultats sont entièrement comparables. C'est en opérant de cette façon que j'ai trouvé que les globules rouges du sang veineux de cheval sont capables d'absorber une quantité notable d'acide carbonique, mais toujours moindre que celle que prend un égal volume de sérum; 100 centimètres cubes de sang donnent à l'analyse, par la pompe à mercure, de 6 à 10 centimètres cubes d'acide carbonique de moins que 100 centimètres cubes de sérum.

» Voici, comme exemples, deux analyses de sang veineux de cheval (jugulé immédiatement après avoir été assommé à l'abattoir de Villejuif) :

<i>Analyse A.</i>	{ 100 <sup>cc</sup> de sang A : 46 <sup>cc</sup> ,8 CO <sup>2</sup> (T = 0, P = 760 <sup>mm</sup> ).
	{ 100 <sup>cc</sup> de sérum A : 54 <sup>cc</sup> ,65 CO <sup>2</sup>
<i>Analyse B.</i>	{ 100 <sup>cc</sup> de sang B : 50 <sup>cc</sup> ,0 CO <sup>2</sup>
	{ 100 <sup>cc</sup> de sérum B : 60 <sup>cc</sup> ,9 CO <sup>2</sup>

» En admettant que le sang de cheval renferme en volume 3 de globules humides pour 7 de sérum, on trouve que les globules rouges de ces deux échantillons de sang contiennent environ moitié moins d'acide carbonique que n'en contient un égal volume de sérum.

» Si j'augmente la teneur en acide carbonique, en faisant passer un courant de ce gaz à travers du sang de cheval, cet excès d'acide carbonique semble se répartir également entre les globules et le sérum : en effet, la différence absolue entre l'acide carbonique fourni par 100 centimètres cubes de sérum et 100 centimètres cubes de sang reste sensiblement la même. Voici deux analyses de sang de cheval, le premier soumis à un courant d'acide carbonique pendant quelques minutes, le second saturé de ce gaz :

{	100 <sup>cc</sup> de sang.....	146 <sup>cc</sup> ,2 CO <sup>2</sup> (T = 0, P = 760 <sup>mm</sup> ).
	100 <sup>cc</sup> de sérum....	153 <sup>cc</sup> ,3 CO <sup>2</sup>
{	100 <sup>cc</sup> de sang.....	222 <sup>cc</sup> ,0 CO <sup>2</sup>
	100 <sup>cc</sup> de sérum....	232 <sup>cc</sup> ,0 CO <sup>2</sup>

» Je compte reprendre sous peu le même travail en opérant sur du sang non défibriné. Une précaution indispensable à prendre dans ces analyses, c'est d'ajouter un acide aux liquides à analyser. En effet, si le sang se laisse priver de ses gaz d'une façon à peu près complète par le vide et la chaleur, il en est tout autrement du sérum. Ainsi, 100 centimètres cubes de sérum saturés d'acide carbonique, contenant en réalité 219<sup>cc</sup>,2 de CO<sup>2</sup>, n'ont donné que 156<sup>cc</sup>,8 par le vide et la chaleur. L'addition d'acide phosphorique récemment bouilli a produit un nouveau dégagement de gaz de 62<sup>cc</sup>,4; total 219<sup>cc</sup>,2.



» MM. Mathieu et Urbain, dans leur récent travail sur la coagulation du sang, ne semblent pas avoir tenu compte de ce fait; aussi les résultats de leurs analyses de sérum ne nous paraissent pas pouvoir être acceptés.

» Ce travail a été fait au laboratoire de Physiologie de la Sorbonne de M. Paul Bert, qui a bien voulu mettre à notre disposition toutes les ressources dont il dispose; nous sommes heureux de le remercier. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Du rôle des stomates et de la respiration cuticulaire;*  
par M. A. BARTHÉLEMY.

« Les *Comptes rendus* du mois de février dernier contiennent une Communication de M. Merget, qui a pour but d'infirmar les résultats que j'avais obtenus sur la respiration des plantes (*Ann. des Sc. nat.*, 1874).

» J'avais cru pouvoir conclure que, *dans les conditions normales*, les stomates servent surtout à l'exhalation des gaz intérieurs, qui sont toujours à une pression supérieure à celle de l'extérieur, tandis que l'acte nutritif, qui consiste dans l'absorption de l'acide carbonique et le rejet de l'oxygène, se fait par dialyse à travers la cuticule.

» Les stomates *vivants*, sur la *plante vivante*, sont fermés pendant la nuit, par la moindre pellicule d'eau. Ils sont recouverts souvent par les poils de la face inférieure, et enfin on les trouve, dans un grand nombre de plantes, au fond de cavités où l'air extérieur pénètre difficilement; leur ouverture, dans sa plus grande expansion, ne dépasse pas quelques centièmes de millimètre et souvent moins encore. Il m'a semblé, par conséquent, impossible physiquement que ces organes pussent servir à expliquer l'introduction de l'acide carbonique, si dilué dans l'atmosphère et dont la grande densité diminuerait encore la vitesse de passage, ainsi que la continuité de l'absorption et de la décomposition de ce gaz. Dans les circonstances les plus favorables, il faudrait que la plante introduisît par ses stomates 10 000 litres d'air, pour fixer 1 gramme de carbone environ!

» Le rôle de la cuticule dans l'acte nutritif me semble évident pour les jeunes feuilles, où les stomates ne sont pas encore ouverts, et dont l'action décomposante sur l'acide carbonique est cependant très-énergique, pour les pétales des fleurs, où n'existent que des *pseudo-stomates*, pour les fruits verts, et enfin pour les plantes aquatiques et submergées.

» Ce rôle résulte encore des expériences de M. Boussingault sur l'action des deux faces de la feuille, dans la décomposition de l'acide carbonique.

L'illustre chimiste a fait voir, en effet, en recouvrant alternativement chaque face de papier noirci, que la face supérieure possède une action décomposante plus grande que la face inférieure. J'ai répété ces expériences et j'ai mis en évidence l'action de la chaleur, en constatant que la décomposition est plus énergique lorsque le papier est noir que lorsqu'il est blanc.

» La face supérieure, la plus exposée à la lumière, est précisément celle qui présente le moins de stomates et lorsque, sur une plante vivante, on tord le pétiole de la feuille, de manière à exposer la face inférieure au soleil, la feuille se tord peu à peu, en sens contraire, de manière à ramener la face supérieure à la lumière.

» Enfin j'ai transporté à la cuticule les expériences de Graham sur la dialyse des gaz à travers des lames minces de caoutchouc.

» Quant aux stomates, j'ai acquis la conviction que leur importance physiologique varie beaucoup suivant le genre de plantes. Leur rôle est nul dans les plantes aquatiques submergées, où ils n'existent qu'à l'état d'accident; il est secondaire dans les plantes aériennes pénétrées de tous côtés par l'air et se borne à une protection locale du parenchyme intérieur de la feuille.

» C'est surtout dans les plantes aquatico-aériennes, qui plongent dans le sol et dans l'eau par leurs racines et leurs tiges, et dans l'air par leurs feuilles, que les stomates acquièrent leur plus grand développement et leur plus grande importance. Là, ils se trouvent liés à des systèmes compliqués et variés de diffusion aérienne qui intéressent la physiologie de la plante tout entière. Ces systèmes aériens sont, ou des canaux, tapissés de vaisseaux laticifères, qui se ramifient dans les feuilles en un réseau facile à injecter au mercure et qui se termine aux stomates de la face supérieure (Nélumbonées, Nymphéacées), ou un ensemble de cloisons à méats intercellulaires se terminant aux feuilles qui présentent aussi un ensemble de chambres pneumatiques pourvues d'un groupe de stomates et communiquant avec tout le végétal (Pontédériacées, Strélitzia, Typhacées, Aponogéton, etc.). Dans ces plantes, une légère diminution de la pression extérieure ou une injection gazeuse peut faire sortir des gaz par les ouvertures stomatiques.

» Il est impossible, généralement, de faire rentrer des gaz dans la plante, par la même voie, à l'aide d'une légère augmentation de pression. Les Nélumbonacées seules m'ont présenté une véritable circulation de l'air extérieur, que j'ai décrite dès 1873 (*Revue des Sciences naturelles de Montpellier*). Dans les autres plantes aquatico-aériennes, les gaz, azote et oxygène, qui remplissent les chambres intérieures, me semblent être puisés dans l'eau



par des racines spéciales, véritables branchies végétales, toujours gorgées d'air, et qui ont leur plus grand développement dans les prétendues vessies natatoires des *Jussiaea repens* et *grandiflora*.

» J'ai pu me convaincre ainsi qu'il n'y a rien d'absolu en Physiologie végétale, comme en Physiologie animale, et que la vie des plantes ne peut être étudiée que par le moyen d'une Physiologie comparée, qui n'existe malheureusement pas encore. Ce que l'on peut affirmer, c'est que ces mouvements gazeux ne sauraient expliquer le rapide accroissement des plantes par l'acide carbonique répandu dans l'air et doivent plutôt servir aux oxydations intérieures, à ce que l'on pourrait appeler la *vie animale de la plante*.

» Quant aux expériences de M. Julius Sachs et autres avec la *pompe pneumatique*, il est évident qu'elles s'éloignent trop des conditions naturelles, et que les stomates doivent céder à de pareils efforts, pour lesquels les lois de la diffusion gazeuse ne sauraient exister. On ne voit pas, non plus, ce qui peut représenter, dans le végétal, la *pompe pneumatique*.

» Je me permettrai encore, sur les expériences de M. Merget, une critique qui s'applique à tous les travaux du même genre : ces expériences, si ingénieuses qu'elles soient, s'écartent beaucoup trop, à mon avis, des conditions physiologiques et négligent absolument le facteur le plus important, l'*être vivant* soumis à l'expérimentation.

» Ainsi, il s'agit de recherches sur les fonctions des feuilles dans les phénomènes d'échanges gazeux entre les plantes et l'atmosphère, rôle des stomates. L'auteur détache les feuilles de la plante, ce qui isole les stomates des cavités naturelles et détruit la pression intérieure ; puis la feuille est soumise à l'action de vapeurs mercurielles, d'acide sulfureux, d'acide hypoazotique, d'ammoniaque, d'acide sulfhydrique, de cyanogène, de chlore, de brome et d'iode ! Il ne manque à cette nomenclature que les gaz de l'atmosphère, les seuls qui nous intéressent.

» Ces gaz, ou plutôt ces vapeurs délétères, tous ou presque tous très-pesants, tous solubles dans l'eau, doivent être retenus par les poils de la face inférieure et par la couche d'humidité que présentent toutes les feuilles vivantes, et, enfin, agissent sur les cellules si sensibles des stomates, avec une telle énergie qu'il est impossible de les reconnaître ensuite au microscope. Les feuilles tendres, les feuilles des plantes aquatico-aériennes sont immédiatement flétries et ne peuvent servir à aucune expérience de ce genre. Ces feuilles ne se fanent si promptement, lorsqu'elles sont détachées de la tige, que par suite de la diminution de la pression intérieure qui constituait une sorte de turgescence générale.

» C'est par suite de cette turgescence que les stomates sont généralement disposés de manière à se soulever un peu au dehors et à se fermer par suite d'une légère pression extérieure.

» Je crois, en un mot, qu'en sortant des limites étroites entre lesquelles s'exerce la vie des organes de la plante, on institue des expériences qui peuvent avoir une véritable valeur au point de vue de la Physique pure, mais qui ne donnent, au point de vue physiologique, que des résultats très-discutables. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Observation d'éclairs en boule, se formant et éclatant sans bruit au-dessus d'une couche de nuages.* Extrait d'une Lettre de M. Ed. BLANC à M. Faye.

« Vence, le 23 mars 1877.

» La journée du 21 mars avait été variable : le matin, à 7 heures, un orage de grêle, accompagné de tonnerre, avait parcouru le littoral de la Méditerranée suivant une direction ouest-est; Fréjus, Antibes, Cannes, Nice, Monaco avaient été atteints, mais le centre de l'orage passait à quelques lieues en mer, où les nuages avaient une teinte cuivrée caractéristique. Vence n'avait eu que des éclaboussures, une pluie intermittente, mêlée de grêlons à moitié fondus et quelques rafales. Pendant le reste du jour, le soleil brilla, et par intervalles de gros nuages noirs, qui couraient rapidement de l'ouest à l'est, laissaient tomber des ondées de quelques minutes. Au niveau du sol, le calme était absolu, le soleil était chaud. Le soir, le soleil se coucha dans un ciel sans nuages.

» Il était presque minuit, lorsque je fus surpris de voir, dans un ciel serein, de nombreux éclairs qui illuminaient l'orient; aucun bruit ne se faisait entendre, et pourtant, si l'on devait en juger par leur clarté intense, ces phénomènes devaient se produire dans une région relativement rapprochée. Je me rendis en un point propice à l'observation, et je fus témoin du fait suivant :

» Tout l'orient était caché par une couche de nuages noirs, au-dessus desquels couraient, dans diverses directions, quantité de petits nuages légers et floconneux; le phénomène présentait l'apparence d'une masse dense en ébullition, au-dessus de laquelle de légères scories seraient balancées en tous sens.

» Au nord-est de Vence, et à une distance approximative de 18 kilomètres, un gros nuage noir paraissait extrêmement agité : il s'élevait et s'abaissait sans cesse; au-dessus de cette nuée, des boules de feu, sembla-



bles à des fusées partant du bouquet d'un feu d'artifice, paraissaient sortir d'un centre invisible, se dirigeaient dans tous les sens, et, après un parcours de 6 à 10 degrés, éclataient silencieusement en dégageant une clarté éblouissante. Le diamètre apparent de ces boules, à une distance de 18 kilomètres, était de 1 degré; leur couleur rougeâtre, parfois jaune, mais toujours blanche en éclatant. Leur parcours horizontal était parallèle au plan des nuages. Je n'en ai vu aucune monter ni descendre; elles avaient l'aspect d'immenses bulles de savon, dont elles semblaient avoir la légèreté. Le phénomène se reproduisait, en moyenne, de trois à quatre fois en deux minutes. La marche des boules paraissait relativement lente; elles ne parcouraient pas plus de 2 degrés par seconde. De temps à autre, un éclair sillonnait la nue, de haut en bas, et, quelques secondes après, un roulement sourd se faisait entendre.

» La magnificence du spectacle qu'il m'était donné de contempler me retenait à mon poste; cependant l'orage s'avavançait, et bientôt quelques nuages légers me cachèrent le phénomène. Je restai pourtant en observation, et je pus constater qu'il suivait une direction est-ouest, et passait à environ une lieue au nord de Vence. Pendant plus d'une heure, la lueur des éclairs sans bruit perceptible continua. A partir de ce moment, une pluie mêlée de grêlons vint me forcer à quitter mon poste, le ciel s'assombrit de plus en plus, et des éclairs accompagnés de tonnerre le sillonnèrent en tous sens.

» C'est la première fois que je suis témoin d'un pareil phénomène, mais quelques personnes de la localité, que j'ai questionnées, m'ont assuré que, il y a huit ou dix ans, un phénomène analogue s'était produit, et que, à cette époque, plus de cinq cents personnes ont pu le constater. »

**M. L. HUGO** adresse une Note concernant les « Points d'arrêt » dans la Mécanique des systèmes naturels.

**M. A. BRACHET** adresse une Note relative à la possibilité de dépouiller la lumière électrique de ses propriétés photogéniques et fluorogéniques.

**M. J. DESCHAMPS** adresse un projet de moteur aéro-hydraulique, fonctionnant sous l'action des marées.

• La séance est levée à 4 heures.

J. B.



## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 19 FÉVRIER 1877.

(SUITE.)

*Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Petersbourg*; t. XX, n<sup>os</sup> 3 et 4; t. XXI, n<sup>os</sup> 1 à 4. Saint-Petersbourg, 1876; 6 liv. in-4°.

*Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Petersbourg*; VII<sup>e</sup> série, t. XXII, n<sup>os</sup> 4 à 10; t. XXIII, n<sup>o</sup> 1. Saint-Petersbourg, 1875-1876; 8 liv. in-4°.

*Flora batavia. Afbeelding en beschrijving van Nederlandsche Gewassen, aangevangen door wijlen Jan Kops; voorgezet door F.-W. VAN EEDEN*; liv. 234, 235, 236. Leyden, de Breuk et Smits, sans date; 3 liv. in-4°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 26 FÉVRIER 1877.

*Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844*, publiée par les ordres de M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce; t. LXXXV. Paris, Impr. nationale, 1877; in-4°.

*Enquête parlementaire sur l'exploitation du monopole des tabacs et des poudres*. Paris, Impr. nationale, 1876; in-4°.

*Annales de l'Observatoire de Paris*, publiés par U.-J. LE VERRIER; t. XIII, *Mémoires*. Paris, Gauthier-Villars, 1876; in-4°.

*Étude sur les progrès du positivisme*; par E. LITTRÉ. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1877; br. in-8°.

*La végétation du globe, d'après sa disposition suivant les climats. Esquisse d'une Géographie comparée des plantes*; par A. GRISEBACH, ouvrage traduit de l'allemand, par P. DE TCHIHATCHEF; t. II, 1<sup>er</sup> fascicule. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1877; in-8°.

*Mémoires de la Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille*; 4<sup>e</sup> série, t. II. Paris, Didron; Lille, Quarré, 1876; in-8°.

*Traité de Physique élémentaire* de Ch. DRION et E. FERNET; 6<sup>e</sup> édition, par E. FERNET. Paris, G. Masson, 1877; 1 vol. in-8°.

*Essai sur la Théorie des eaux courantes*; par J. BOUSSINESQ. Paris, Impr. nationale, 1877. (Extrait des *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, t. XXIII et XXIV.)



*L'étincelle électrique*; par A. CAZIN. Paris, Hachette et C<sup>ie</sup>, 1876; in-12.

*Cours de Mécanique analytique*; par Ph. GILBERT; Partie élémentaire. Louvain, Peeters; Paris, Gauthier-Villars, 1877; in-8°. (Présenté par M. Puiseux.)

*Manuel de Mécanique appliquée*; par William-John MACQUORN-RANKINE; traduit de l'anglais, sur la 7<sup>e</sup> édition, par A. VIALAT. Paris, Dunod, 1876; 1 vol. in-8° relié.

*Sur la distribution de la chaleur dans les fours à cuve en général et spécialement dans les hauts-fourneaux à fer*; par E. VICAIRE. Saint-Étienne, impr. Théolier, 1876; br. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

*Extrait du Dictionnaire encyclopédique des Sciences médicales*, publié sous la direction du D<sup>r</sup> A. DECHAMBRE. Article : *Pathologie musculaire*; par G. HAYEM. Paris, G. Masson et P. Asselin; 2 br. in-8°. (Présenté par M. Vulpian.)

*Des changements de coloration sous l'influence des nerfs*; par G. POUCHET. Paris, Germer-Baillière, 1876; in-8° avec planches.

*L'enseignement de la Médecine en Allemagne*; par le D<sup>r</sup> FIAUX. Paris, Germer-Baillière, 1877; in-8°.

*Annales de la Société entomologique de Belgique*; t. XIX. Bruxelles, au siège de la Société; Paris, E. Deyrolle, 1876; in-8°.

*Recueil de Mémoires et observations sur l'Hygiène et la Médecine vétérinaire militaire*; 2<sup>e</sup> série, t. IV. Paris, J. Dumaine, 1876; in-8°.

*La digestion végétale. Note sur le rôle des ferments dans la nutrition des plantes*; par E. MORREN. Bruxelles, F. Hayez, 1876; br. in-8°.

*Académie de Médecine: Rapport sur une instruction pour une mission scientifique au Japon*; par J. LEFORT. Paris, impr. Martinet, sans date; br. in-8°.

*Société nationale des Sciences naturelles de Cherbourg. Compte rendu de la séance extraordinaire, tenue par la Société le 30 décembre 1876, à l'occasion du vingt-cinquième anniversaire de sa fondation*. Cherbourg, impr. Bedelfontaine et Syffert, 1877; br. in-8°.

A. COUTANCE. *L'olivier*. Paris, J. Rothschild, 1877; 1 vol. in-8° illustré.

*Le bissegment. Principe nouveau de Géométrie curviligne*; par L.-P. MATTON. Lyon, impr. A. Vingtrinier, 1876-1877; 6 br. in-4°.

*Rapport sur la situation et les travaux de la Faculté de Médecine de Mont-*



pellier pendant l'année 1875-1876; par le prof. BOUISSON. Montpellier, typogr. Boehm, 1877; br. in-8°.

*De l'influence que l'état social des malades peut exercer sur les déterminations du chirurgien*; par le prof. BOUISSON. Montpellier, typogr. Boehm, 1876; br. in-8°.

*Annales de la Société des Sciences industrielles de Lyon*; 1876, n° 4. Lyon, impr. Storek, 1876; in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 5 MARS 1877.

*Clinique des nouveau-nés. L'athrepsie*; par J. PARROT. Leçons recueillies par le D<sup>r</sup> TROISIER. Paris, G. Masson, 1877; in-8°. (Adressé au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1877.)

*L'urée et le foie*; par P. BROUARDEL. Paris, G. Masson, 1877; br. in-8°. (Adressé au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1877.)

*Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1876*; 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> Parties; séances de décembre. Paris, 1877; in-8°.

*Guide pratique du viticulteur pour la destruction du Phylloxera*; par M. P. BOITEAU. Bordeaux, Féret; Libourne, Malleville, 1877; br. in-8°.

*Mœurs et habitudes du Phylloxera*; par M. RAYNAL. Poitiers, typogr. Oudin, 1877; br. in-8°.

*Commission départementale pour prévenir et combattre le Phylloxera dans la Vienne. Rapport présenté par M. RAYNAL*. Poitiers, impr. A. Dupré, 1876; br. in-8°.

*Destruction du Phylloxera. Les opérations nécessaires*; par J. SABATÉ. Paris, impr. Donnaud, 1877; br. in-12.

A. CERTES. *Le Phylloxera et le budget*. Paris, Guillaumin, 1877; br. in-8°. (Extrait du Correspondant.)

(Ces diverses brochures sont renvoyées à la Commission du Phylloxera.)

*Les phénomènes glaciaires et torrides, etc.*; par J. PÉROCHE. Paris, Germer-Baillière, 1877; br. in-8°.

*Société contre l'abus du tabac, constitué en 1877*; par M. E. DECROIX. Paris, impr. Chaix, 1877; br. in-8°.

(A suivre.)

---